

Der Merkurtransit 2016

und die vorangegangenen Transits der Venus

(Zur Vorbereitung des Transitprojektes)

Udo Backhaus, Universität Duisburg-Essen

17. April 2016

Beobachtung und Messung von Durchgängen der Venus vor der Sonne boten lange Zeit die Gelegenheit zur genauesten Messung der Entfernung zwischen Erde und Sonne. Wenn auch die Astronomische Einheit heute mit anderen Methoden sehr viel genauer bestimmt worden ist, so boten doch die Durchgang der Jahre 2004¹ und 2012², die ersten seit 1882, ausgezeichnete Möglichkeiten, mit modernen Methoden die historischen Messungen nachzuvollziehen und internationale Zusammenarbeit zwischen Schulen, Amateurastronomen und Universitäten einzuüben.

Am 9. Mai 2016 soll versucht werden, anhand des sehr viel kleineren Parallaxeneffekts von Merkur die Messung der Sonnenentfernung zu wiederholen. Deshalb wird hier auf die Homepage des entsprechenden Projektes hingewiesen. Erinnerungen an die Transitprojekte der Jahre 2004 und 2012 und praktische Tipps am Ende des Papiers sollen die Erfolgsaussichten vergrößern.

1 Einleitung

Am 8. Juni 2004 und am 5./6. Juni 2012 zog Venus, von der Erde aus betrachtet, von Ost nach West vor der Sonnenscheibe vorbei. Solche sogenannten Venustransits gehören zu den seltensten exakt vorhersagbaren astronomischen Ereignissen: Kein 2004 lebender Mensch hatte bereits einen solchen beobachtet, weil im gesamten vergangenen Jahrhundert kein einziger stattfand. Überhaupt waren vorher nur fünf Venustransits von Menschen beobachtet worden (1639, 1761, 1769, 1872, 1882) und der folgende wird sich erst 2117 ereignen.

Transits des Planeten Merkur sind nicht ganz so selten: Der vorhergegangene fand 2006 statt, der folgende wird sich 2019 ereignen. Aber Merkurtransits sind schwieriger zu beobachten und auszuwerten als Venustransits, weil Merkur viel kleiner und etwa doppelt so weit von der Erde entfernt ist als Venus. Dadurch ist der zu beobachtende Parallaxeneffekt kleiner, und es ist noch schwieriger, die Position von Merkur vor der Sonne ausreichend genau zu messen.

¹<http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/VenusProject.htm>

²<http://www.venus2012.de>

Venusdurchgänge haben in der Entwicklung der modernen Astronomie eine zentrale Rolle gespielt, weil aus ihrer Vermessung bis zum Ende des 19. Jahrhunderts der genaueste Wert für die Entfernung zur Sonne gewonnen wurde.

2 Die Astronomische Einheit

Im 18. und 19. Jahrhundert wurden zahlreiche Expeditionen in alle Gegenden der Erde ausgestattet und durchgeführt, von denen aus die Astronomen einen der sehr seltenen Venusdurchgänge vor der Sonne hofften beobachten zu können. Aus den Messwerten wollten sie einen besseren Wert für die Sonnenentfernung ableiten ([9], [21], [20]).

Warum gaben die Regierungen vieler Länder so viel Geld aus, und warum nahmen die Astronomen die Strapazen solcher Expeditionen auf sich ([15])? Und warum ist es auch heute noch wichtig, nicht nur den Zahlenwert der Astronomischen Einheit zu wissen sondern auch etwas über die Methoden, mit denen er immer präziser gemessen wurde?

Das sich in den Anstrengungen von Regierungen und Menschen ausdrückende Interesse an der Entfernung zur Sonne hatte sowohl naturwissenschaftliche als auch wirtschaftliche Gründe:

- *Wenn man die Sonnenentfernung kennt, kann man die Größe des ganzen Sonnensystems bestimmen:*

Durch Winkelmessungen am Himmel ist es relativ leicht möglich, die Bahnradien, bzw. die großen Halbachsen der Planetenbahnen zu bestimmen. Bei diesen Messungen ergeben sich jedoch nur Entfernungsverhältnisse. Die Struktur des Sonnensystems wird dadurch zwar bestimmt, der Maßstab aber bleibt unbekannt. Seit Copernicus diente der Abstand zwischen Erde und Sonne als Maßstab. Der aus der Antike übernommene Wert für diese Entfernung war aber um etwa den Faktor 20 zu klein - und damit das ganze Sonnensystem!

- *Wenn die Entfernungen im Sonnensystem bekannt sind, ist es möglich, die astrophysikalischen Eigenschaften der Sonne und der Planeten zu bestimmen:*

So ergibt sich z.B. die Größe der Sonne und der Planeten aus ihrer scheinbaren Größe am Himmel. Die Masse der Sonne kann, bei bekannter Gravitationskonstante, mit Hilfe des Gravitationsgesetzes berechnet werden. Und die gesamte Strahlungsleistung der Sonne kann aus der auf der Erde gemessenen Solarkonstanten hochgerechnet werden.

- *Wenn die absoluten Entfernungen im Sonnensystem bekannt sind, können präzisere Vorhersagen der Bahnbewegungen des Mondes gemacht werden:*

Die Kenntnis der absoluten Entfernungen macht es möglich, die Störungen der Mondbahn zu berücksichtigen, die auf der Gravitationswechselwirkung mit den Planeten beruhen. Das war die Bedingung für genaue astronomische Navigation, eine lebenswichtige Voraussetzung für weltweiten Seeverkehr ([18]).

- *Der Abstand zwischen Erde und Sonne bildet auch die Basis für die Messung der Entfernung der Fixsterne.*

Deshalb ist die Entfernung zur Sonne nicht nur der Maßstab für die Größe des Sonnensystems, sondern sogar für die Dimensionen des gesamten Weltalls: die sogenannte **Astronomische Einheit**.

Indem Lernende etwas über die Geschichte der Sonnenentfernung und die Probleme bei ihrer Messung erfahren, erwerben sie nicht nur allmählich ein Gefühl für die fast unvorstellbare Größe des Weltraumes. Sie können an diesem Beispiel etwas darüber lernen, „was es heißt, Physik (und Astronomie) zu betreiben“ und „wie es überhaupt möglich war (und heute noch ist), so etwas zu wissen“ (*Wagenschein*).

Die Erinnerung an die Geschichte der Astronomischen Einheit und der zugrunde liegenden Ideen und das Erfahren einiger der Schwierigkeiten, die bei der Messung zugehöriger Größen auftreten, dient nicht nur einem besseren Verständnis früherer Probleme. Darüber hinaus entsteht ein tieferer Einblick in das Zusammenspiel zwischen Theorie und Erfahrung in den Naturwissenschaften, speziell in der Astronomie. Der Umgang mit Daten, die weit über die unmittelbare Anschauung hinausgehen, kann außerdem einen realistischen Einblick in gegenwärtige Entwicklungen in den Naturwissenschaften beitragen.

3 Die geometrische Parallaxe

Wenn man an der ausgestreckten Hand einen Gegenstand, z.B. einen Apfel, vor sich hält und die Augen abwechselnd schließt, beobachtet man, dass der Apfel scheinbar vor den weit entfernten Gegenständen der Umgebung hin- und herspringt – nach rechts, wenn das rechte Auge geschlossen wird, und umgekehrt. Diese scheinbare Positionsveränderung, die sogenannte *parallaktische Bewegung*, beruht auf der sich ändernden Blickrichtung.

Dieser Parallaxeneffekt ist jedem aus dem täglichen Leben bekannt: Wenn wir die Umgebung von verschiedenen Standpunkten aus betrachten, haben alle Objekte unterschiedliche Positionen relativ zueinander. Je näher die Gegenstände sind, desto stärker verändern sie ihre relative Position. Je weiter die Objekte entfernt sind, desto kleiner ist der Effekt. Er kann deshalb zur Entfernungsbestimmung herangezogen werden.

Tatsächlich ist die Parallaxe ein wesentliches Hilfsmittel zum dreidimensionalen Sehen:

- Die beiden Augen nehmen verschiedene Bilder auf, in denen sich die relativen Positionen der Gegenstände zueinander etwas unterscheiden. Im Gehirn werden diese beiden Bilder zu einem dreidimensionalen Bild verarbeitet (Abb. 1).
- Sind die Entfernungen zu groß, die parallaktischen Unterschiede deshalb zu klein für die Erzeugung eines dreidimensionalen Bildes, dann helfen die parallaktischen Verschiebungen bei Bewegung, sich einen Eindruck von der Tiefenstaffelung zu verschaffen.

Die Parallaxe π eines Gegenstandes ist der Unterschied in den Blickrichtungen zweier Beobachter, die ihn ansehen. Oder anders ausgedrückt: π ist der Winkel, unter dem der Abstand Δ der beiden „Aufnahmeorte“, z.B. der beiden Augen oder der beiden Observatorien, von dem Gegenstand aus erscheinen (Abb. 2). Steht die Verbindungslinie senkrecht auf der Richtung zum Gegenstand, dann gilt offensichtlich die folgende Beziehung:



Abbildung 1: Stereobild einer Landschaft mit Ruine. Der Stereoeffekt entsteht, wenn die Bilder mit dem „Parallelblick“ so betrachtet, dass die beiden Punkte über den Bildern zu einem zusammenschmelzen.

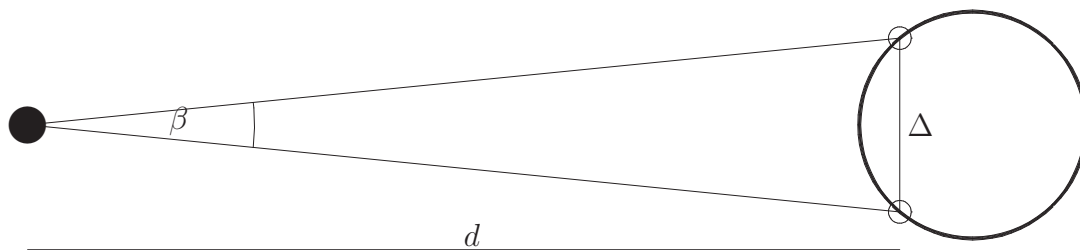


Abbildung 2: Zum Zusammenhang zwischen Parallaxe π , Abstand der Beobachtungsorte Δ und der Objektentfernung d

$$\tan \frac{\pi}{2} = \frac{\frac{\Delta}{2}}{d} \implies d = \frac{\frac{\Delta}{2}}{\tan \frac{\pi}{2}} \quad (1)$$

Ist die Entfernung sehr groß, die Parallaxe sehr klein, dann gilt näherungsweise:

$$d \stackrel{\pi \ll 1}{\approx} \frac{\Delta}{\pi}, \quad (2)$$

wobei π im Bogenmaß eingesetzt werden muss.

Die Messung der sogenannten *trigonometrischen Parallaxe* ist auch heute noch das genaueste Verfahren, die Entfernungen astronomischer Objekte zu bestimmen.

Die Parallaxe eines Objektes des Sonnensystems ist der Winkel, unter dem, von dem Objekt aus gesehen, der Erdradius erscheint³.

Wenn man die relative Verschiebung β vor „unendlich“ weit entferntem Hintergrund beobachtet, dann zeigt sie direkt die Parallaxe: $\beta = \pi$ (s. Abb. 3⁴)

Beobachtet man dagegen die parallaktische Verschiebung relativ zu einem endlich weit entferntem Hintergrund, dann ist sie kleiner als die Parallaxe, weil der Hintergrund selbst auch Parallaxe zeigt: $\beta = \pi - \pi_H$ (s. Abb. 4).

³Bei Objekten außerhalb des Sonnensystems, z.B. Fixsternen, bezieht sich die Parallaxe auf den Radius der Erdbahn, also auf die Entfernung zwischen Erde und Sonne.

⁴Die Abbildung 3 und 4 sind Stereobilder. Sie rufen einen stereoskopischen Eindruck hervor, wenn

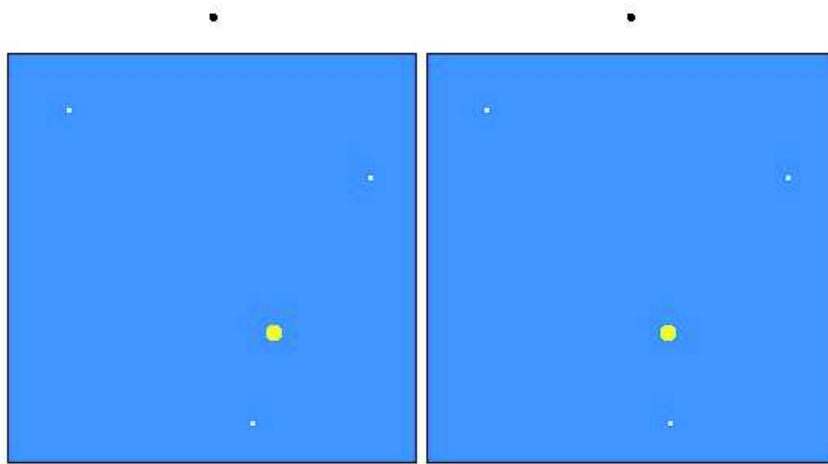


Abbildung 3: Parallaktische Verschiebung der Venus gegenüber dem Fixsternhimmel. Diese Verschiebung ist gleich der Venusparallaxe π_V .

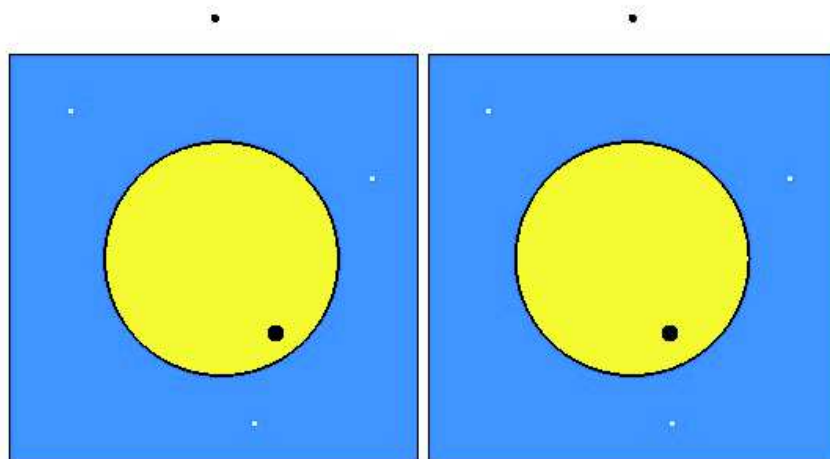


Abbildung 4: Parallaktische Verschiebung von Venus und Sonne. Die Verschiebung der Venus relativ zur Sonnenscheibe ist kleiner als relativ zu den Sternen in Abb. 3. Sie entspricht der Differenz $\pi_V - \pi_S$.

4 Die Parallaxe der Sonne

Die Sonne ist sehr weit entfernt, ihre Parallaxe deshalb sehr klein: Sie beträgt nur $8''.8$. Das ist der Winkel, unter dem uns eine kleine Münze in 230 m Entfernung erscheint! Erschwerend kommt hinzu, dass kein Hintergrund sichtbar ist, wenn die Sonne am Himmel steht. Es ist deshalb bis heute unmöglich, die Sonnenparallaxe direkt geometrisch zu bestimmen.

Die Grundidee der geometrischen Messung der Entfernung zur Sonne besteht darin, die Parallaxe eines anderen Körpers des Sonnensystems zu bestimmen und dessen Entfernung anschließend, z.B. mit Hilfe des 3. Kepler'schen Gesetzes, auf die Sonnenentfernung hochzurechnen.

- **Mars**, längst nicht so hell wie die Sonne und in Oppositionsstellung nur etwa halb so weit von der Erde entfernt, war der erste Körper, an dem diese Idee erfolgreich umgesetzt wurde. Bereits Kepler war aufgefallen, dass er an Mars keinerlei paralaktische Bewegung beobachten konnte. Er hatte daraus geschlossen, dass der von Aristarch angegebene Wert für die Entfernung der Sonne viel zu klein sein musste. 1672 gelang es schließlich Cassini in Paris, Richer in Cayenne und Flamsteed in London, den Parallaxenwinkel von Mars zu etwa $25''.5$ zu bestimmen und daraus auf eine Sonnenparallaxe von nicht mehr als $10''$ zu schließen ([10]).
- **Venus** kommt in der unteren Konjunktion der Erde noch deutlich näher als Mars. Allerdings ist sie in dieser Stellung in der Regel unbeobachtbar. Bei den sehr seltenen Transits allerdings ist sie vor der Sonne gut zu sehen und ihre Position relativ zur Sonnenscheibe im Prinzip auch gut messbar. Nach der Beobachtung eines Merkurtransits im Jahre 1677 machte deshalb Halley 1716 den Vorschlag, den nächsten Venustransit des Jahres 1761 von den verschiedensten Orten der Erde aus zu vermessen, um die Sonnenentfernung so genau wie möglich zu bestimmen.
- Auch **Merkurs** Position ist im Prinzip bei einem Transit gut messbar. Aber seine Entfernung von der Erde ist fast doppelt so groß wie die von Venus – und der Parallaxeneffekt entsprechend kleiner.
- Manche **Kleinplaneten** kommen der Erde noch näher als Venus. Wegen ihrer geringen Größe ist zusätzlich ihre Position noch genauer zu bestimmen. Im Jahre 1931 gelang an **Eros**, bei einem Abstand von nur 0.15 AE, eine sehr genaue Bestimmung der Sonnenparallaxe⁵. Allerdings konnte diese inzwischen auch mit physikalischen Methoden bestimmt werden.

man sie mit dem sogenannten Parallelblick betrachtet, so dass die mit den beiden Augen gesehenen unterschiedlichen Bilder zu einem Bild verschmolzen werden. Die Punkte über den Bildern können als Hilfe dienen: Der Blick, d.h. die Augenstellung, ist richtig, wenn man zwischen den beiden Punkten *genau einen* zusätzlichen Punkt sieht. Anfangs ist es günstig, die Augen zunächst sehr nahe an die Bilder heranzuführen und sie langsam zu entfernen, wenn man die richtige Augenstellung gefunden hat.

⁵Die Bestimmung der Sonnenentfernung durch Messung von Kleinplanetenparallaxen war im Jahr 1996 Gegenstand eines anderen Internetprojektes ([6] und [7]).

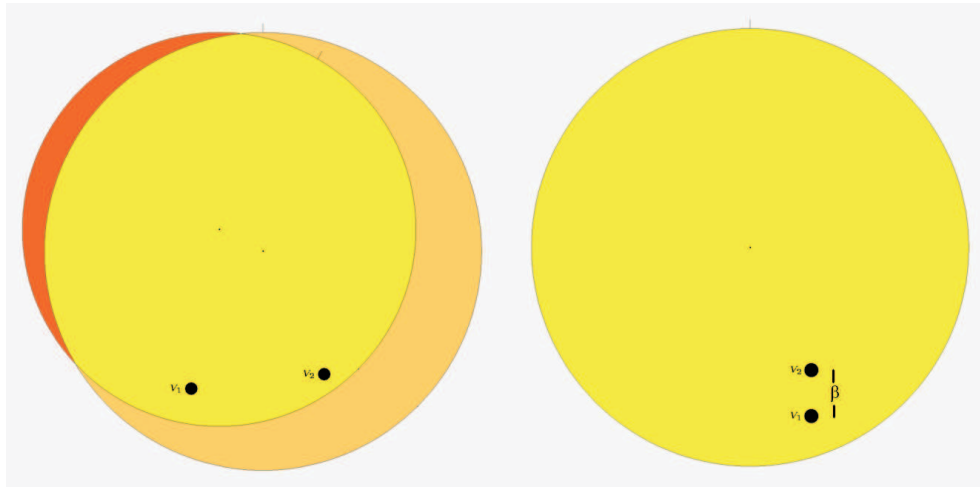


Abbildung 5: Zwei „Fotos“ von Venus vor der Sonne, gleichzeitig von zwei verschiedenen Orten auf der Erde aufgenommen. Links: In Originalgröße willkürlich übereinander gelegt. Rechts: Auf gleiche Größe skaliert, so verschoben, dass beide Sonnenmittelpunkte übereinander liegen, und so gedreht, dass auf beiden Bildern Norden oben liegt. Der Parallaxeneffekt ist stark übertrieben.

5 Geometrie des Venustransits

Dieser Abschnitt kann fast unverändert auf Merkurtransits übertragen werden.

Für zwei Beobachter an verschiedenen Orten der Erde sieht ein Venusdurchgang unterschiedlich aus: Die Venus tritt zu etwas unterschiedlichen Uhrzeiten vor die Sonne und verlässt sie auch nicht gleichzeitig. Und im selben Moment hat die Venus nicht genau dieselbe Position auf der Sonnenscheibe. Dieser Parallaxeneffekt kann bemerkt werden, wenn

- man die Länge der Transitsehnen dadurch bestimmt, dass man die Ein- und Austrittszeitpunkte sekundengenau misst oder
- wenn zwei simultan aufgenommene Fotos des Ereignisses auf dieselbe Größe skaliert und mit derselben Orientierung übereinander gelegt werden (Abb. 5).

Wie kann aus dieser Positionsveränderung der Venus auf ihren Abstand von der Erde und schließlich auf die Entfernung zwischen Erde und Sonne geschlossen werden?

Die parallaktische Verschiebung zwischen den beiden Venusscheibchen, bzw. zwischen den beiden Transitsehnen, wird meist folgendermaßen erklärt (Abb. 7): Weil Venus die Entfernung Erde-Sonne im Verhältnis 5:2 (Merkur: 4:5) teile, müsse der Abstand der beiden „Projektionen“ auf der Sonne gerade 2.5mal (Merkur: 0.8mal) so groß sein wie der Abstand der beiden Beobachter auf der Erde. Der Winkel β , unter dem dieser Abstand von der Erde aus gesehen werde, müsse daher 2.5mal so groß sein wie der Winkel β_S , unter dem umgekehrt der Abstand der beiden Beobachter von der Sonne aus erscheine.

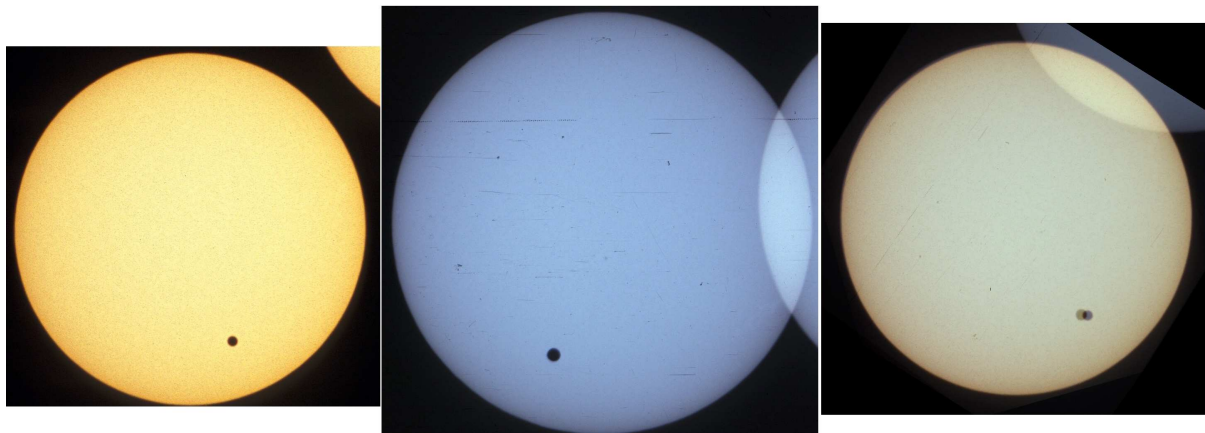


Abbildung 6: Abbildung 5 entsprechende gleichzeitig aufgenommene Photos vom Transit 2004 aus Namibia und Deutschland.

In der dargestellten Situation ist β also gerade fünfmal so groß wie die sogenannte Sonnenparallaxe π_S . Diese gibt an, unter welchem Winkel der *Erdradius* von der Sonne aus erscheint.

So plausibel diese Erklärung zunächst scheint, erheben sich doch Fragen:

1. Warum stellt β die parallaktische Verschiebung von Venus dar – und nicht β_V ?
2. Natürlich wirft die Venus keine „Schatten“ auf die Sonne. Wie kann man dann ihren Abstand von der Erde aus beobachten?
3. Wenn es aber doch irgendwie möglich ist, diese Projektionen zu sehen: Wo befinden sich diese tatsächlich – auf der Sonnenoberfläche oder auf einer Ebene, z.B. durch den Sonnenmittelpunkt? Welche Orientierung hat diese Ebene? Da der Radius der Sonne etwa 0.5% der Entfernung zwischen Erde und Sonne ausmacht, wäre die Antwort auf diese Frage nicht völlig unerheblich!
4. Von verschiedenen Positionen auf der Erde aus betrachtet erscheint doch auch die Sonne an etwas unterschiedlichen Positionen vor dem Sternenhimmel. Muss dieser Effekt nicht berücksichtigt werden?

Tatsächlich kann man weder die Venus *vor der Sonne* beobachten, noch ihre Projektionen *auf ihrer Oberfläche*. Stattdessen können am Himmel nur *Winkel* beobachtet und gemessen werden. So hat für die beiden Beobachter die Venus unterschiedliche Positionen relativ zur Sonnenscheibe, in der in Abb. 8 dargestellten Situation z.B. verschiedene Winkelabstände β_1 bzw. β_2 von der Sonnenmitte⁶. Diese beiden Winkel können Abbildung 5 entnommen werden, wenn man den Abbildungsmaßstab mit Hilfe des Durchmessers der

⁶Im allgemeinen Fall werden die beiden Beobachter, Venus und der Sonnenmittelpunkt nicht in derselben Ebene liegen. In Abb. 5 liegen deshalb die beiden Venusscheibchen nicht auf einem gemeinsamen Durchmesser der Sonnenscheibe. In diesem Fall bilden die beiden Beobachter und Venus die Schnittebene der Abbildung 8. Die Argumentation wird davon nicht berührt: Die Winkeldifferenz β bezieht sich dann auf einen Punkt der Sonne in dieser Ebene (siehe auch Abb. 9).

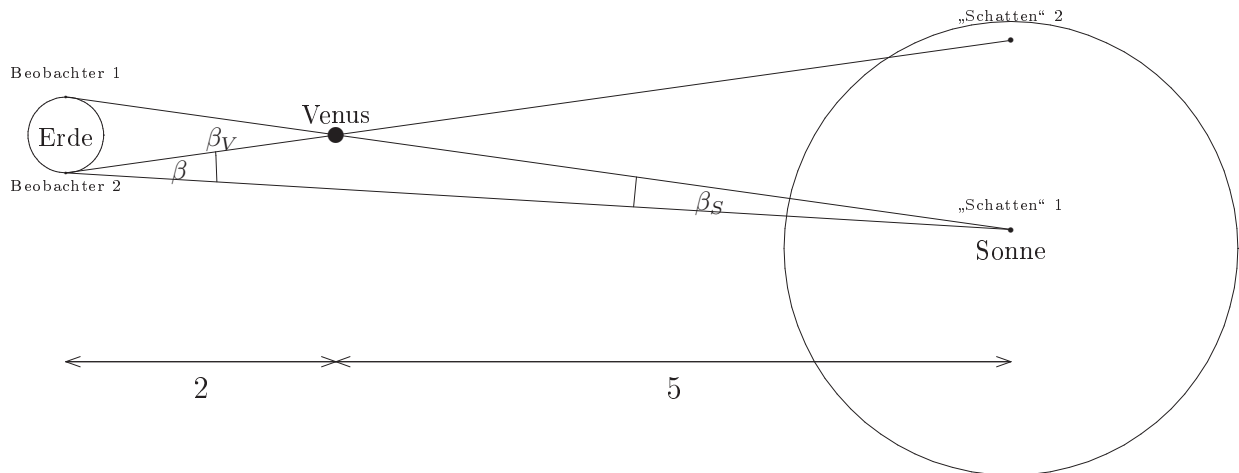


Abbildung 7: Übliche Erklärung des Abstandes der beiden Venusscheibchen (siehe z.B. Herrmann ([11])): Der Abstand der beiden Venus„projektionen“ wird von der Erde aus unter dem Winkel β gesehen. Da der Abstand auf der Sonne 2.5mal (Merkur: 0.8mal) so groß ist wie der Abstand der Beobachter, ist auch β 2.5mal (Merkur: 0.8mal) so groß wie der Winkel β_S , unter dem die Erde von der Sonne aus erscheint.

Sonnenscheibe bestimmt. Der Abstand der beiden Venusscheibchen *relativ zur Sonne* ist dann gerade die Winkeldifferenz $\beta = \beta_1 - \beta_2$.

Der Winkel β in Abb. 7 wird also nicht absolut, sondern durch zwei Messungen *relativ zur Sonnenscheibe* gemessen. Er ist deshalb nicht, wie es zunächst scheint, gleich dem Parallaxenwinkel der Venus, sondern um den Parallaxenwinkel der Sonne kleiner! Das ist nach den Bemerkungen des Abschnittes 3 auch verständlich, da die Winkel nicht gegen den (unendlich fernen) Sternenhintergrund, sondern relativ zur Sonne gemessen werden, die selbst Parallaxe zeigt.

Diesen Zusammenhang kann man sich auch folgendermaßen veranschaulichen (s. Abb. 9): Legt man die von den beiden Beobachtern fotografierten Sonnenbilder übereinander, haben die beiden Venusscheibchen den Abstand β . Um aber die beiden Sonnenbilder richtig in denselben Sternhintergrund zu setzen, muss eins der Sonnenbilder um β_S verschoben werden. Der Abstand der Venusscheibchen ist dann β_V . Er ist um β_S größer als β .

Seien β_S bzw. β_V die Winkel, unter dem der Abstand der beiden Beobachter von der Sonne bzw. von der Venus aus erscheint, die aktuellen Parallaxenwinkel von Sonne und Venus also. Dann entnimmt man der Abbildung 8 die folgende Gleichung:

$$\beta_S + \beta_1 = \beta_V + \beta_2 \quad (3)$$

Beide Winkelsummen ergänzen nämlich – einmal im Dreieck Beobachter 1 - S - Sonnenmittelpunkt, andernfalls im Dreieck Beobachter 2 - S - Venus – die bei S eingezeichneten Scheitelwinkel zu 180° . Die Beziehung kann man auch folgendermaßen schreiben⁷:

$$\beta = \beta_1 - \beta_2 = \beta_V - \beta_S \quad (4)$$

⁷Dieselbe Beziehung kann man auch Abb. 7 entnehmen.

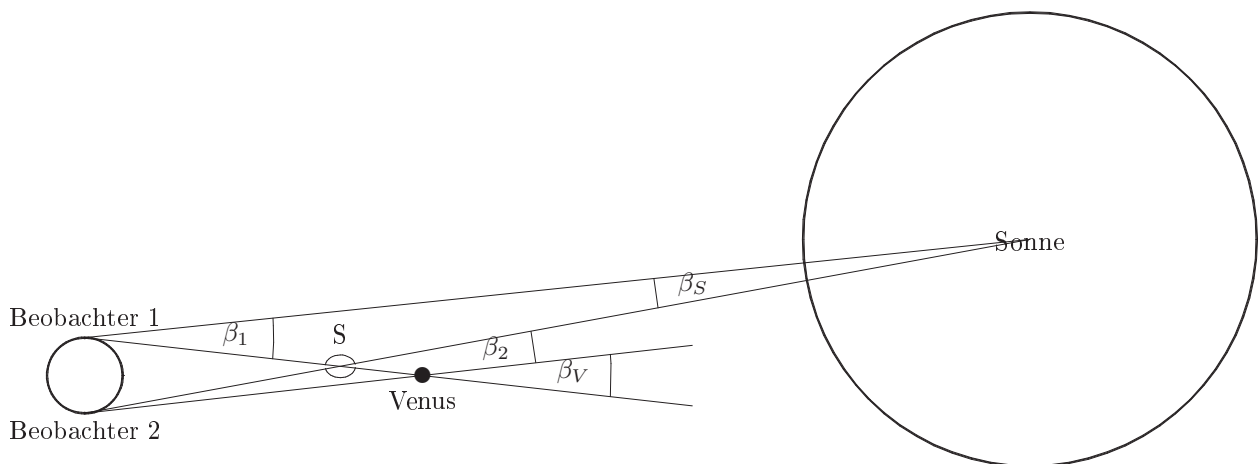


Abbildung 8: Alternative Erklärung: Für die beiden Beobachter hat Venus unterschiedliche Positionen relativ zur Sonnenscheibe, hier dargestellt als Winkelabstände β_1 bzw. β_2 von der Sonnenmitte.

6 Ableitung der Sonnenentfernung

Die Bestimmung der Sonnenentfernung beruht auf folgendem Gedankengang:

- Zur Berechnung benötigt man die Sonnenparallaxe π_S , d.h. den Winkel, unter dem der Erdradius von der Sonne aus gesehen erscheint.
- Ebenso gut geeignet ist der Winkel β_S , unter dem der Abstand zweier beliebiger Beobachter von der Sonne aus erscheint. Voraussetzung ist allerdings, dass man den Abstand der beiden Beobachter kennt.
- Statt β_S lässt sich leichter der größere Winkel β_V messen, unter dem der Abstand der beiden Beobachter von der näheren Venus aus erscheint. Wenn man die Abstandsverhältnisse kennt (die man bestimmen kann, indem man den maximalen Winkelabstand zwischen Venus und Sonne misst⁸, kann man die beiden Winkel ineinander umrechnen.
- Den bei der Venus liegenden Winkel β_V kann man aus den beiden auf der Erde gemessenen Winkeln β_1 und β_2 berechnen.

6.1 Theorie

Da die interessierenden Entfernungen von Venus und Sonne im Vergleich zum Durchmesser der Erde sehr groß, die entsprechenden Parallaxen also sehr klein sind, verhalten sich die Parallaxenwinkel umgekehrt wie die Entfernungen d_V bzw. d_S der Venus bzw. der Sonne zur Erde (s. (2):

⁸wie wir es 2004 getan haben:

<http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/Venusproject/venusorbit.htm>

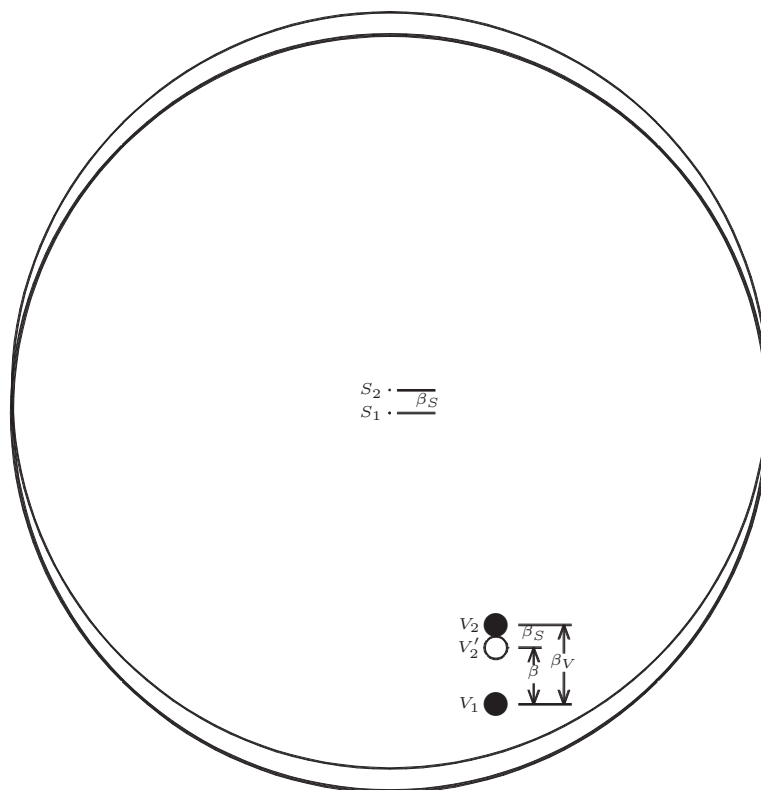


Abbildung 9: Die Fotos der beiden Beobachter vor einem (fiktiven) Sternenhintergrund: Die Sonnenbilder sind um den Parallaxenwinkel β_S der Sonne gegeneinander verschoben, die Venusbilder um β_V in derselben Richtung. Verschiebt man eins der Bilder so, dass die Sonnenbilder übereinander liegen, unterscheiden sich die Venuspositionen nur noch um $\beta = \beta_V - \beta_S$.



Abbildung 10: Für die Bestimmung der Sonnenparallaxe kommt es nicht auf den Abstand Δ der beiden Beobachter an, sondern auf dessen Projektion Δ_{\perp} parallel zur Richtung zur Venus.

$$\frac{\beta_V}{\beta_S} = \frac{d_S}{d_V} \quad (5)$$

Bezeichnet man die Radien der Bahnen von Erde und Venus um die Sonne als r_E bzw. r_V , dann wird schließlich aus (4):

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{r_E}{r_E - r_V} \beta_S - \beta_S = \frac{r_V}{r_E - r_V} \beta_S \\ \implies \beta_S &= \left(\frac{r_E}{r_V} - 1 \right) \beta \end{aligned} \quad (6)$$

Tatsächlich misst man den Abstand β nicht absolut, sondern als Bruchteil f des Winkelradius ρ_S der Sonne:

$$\beta = \frac{\beta}{\rho_S} \rho_S = f \rho_S \quad (7)$$

In dem in den Abbildungen 7 und 8 dargestellten Spezialfall ist der Abstand der beiden Beobachter so groß wie der *Durchmesser der Erde*, der Parallaxenwinkel β_S also doppelt so groß wie die auf den *Erdradius* bezogene Sonnenparallaxe π_S . Im allgemeinen Fall muss man den Abstand Δ der beiden Beobachter als Vielfaches des Erdradius kennen, genauer: den Abstand Δ_{\perp} , den die beiden Beobachter *senkrecht* zur Richtung Erde-Sonne haben (Abb. 10).

Damit ergibt sich zunächst

$$\beta_S = \pi_S \frac{\Delta_{\perp}}{R_E} = \pi_S \frac{\Delta}{R_E} \sin w \quad \implies \quad \pi_S = \frac{R_E}{\Delta} \frac{1}{\sin w} \beta_S$$

und schließlich

$$\pi_S = \left[\frac{R_E}{\Delta} \frac{1}{\sin w} \left(\frac{r_E}{r_V} - 1 \right) \rho_S \right] f. \quad (8)$$

Aus diesem Ergebnis für die Sonnenparallaxe π_S lässt sich der Abstand d_S zur Sonne, die sogenannte **Astronomische Einheit (AE)**, folgendermaßen ableiten (vgl. (2)):

$$1AE = d_S = \frac{R_E}{\pi_S} \quad (9)$$

Die Ergebnisse dieser beiden Gleichungen können noch etwas verbessert werden, indem nicht die mittleren, sondern die aktuellen Werte der Bahnradien von Erde und Venus eingesetzt werden und indem berücksichtigt wird, dass sich die Sonnenparallaxe π_S in Gleichung (8) nicht (genau) auf die Astronomische Einheit, also den mittleren Wert des Abstandes Erde-Sonne, bezieht, sondern auf die Distanz *am Tage des Transits*.

6.2 Beispiel

Gegeben seien Fotos vom Venustransit am 8. Juni 2004, um 8.00 UT simultan aufgenommen von Essen und von der Internationalen Amateur-Sternwarte IAS bei Windhoek aus (aus <http://www.venus2012.de/venusprojects/photography/example/example.php>, siehe auch Abb. 6).

1. Auf den Bildern misst man, dass der Abstand der beiden Venusscheibchen recht genau 2.7% des Radius des Sonnenbildes beträgt ($f = 0.027$). Der Winkelradius der Sonne wurde zu $\rho_S = 15'.66$ gemessen. Deshalb erhält man für den Winkelabstand β der beiden Venusscheibchen

$$\beta = f\rho_S = 25''.73$$

2. Der (mittlere) Abstand der Erde von der Sonne ist $r_E = 1.0AE$, der (mittlere) Abstand der Venus von der Sonne $r_V = 0.723AE$ ($\frac{r_E}{r_V} - 1 = 0.383$).

Der Abstand der beiden Städte beträgt also, von der Sonne aus betrachtet, nach Gleichung (6)

$$\beta_S = \left(\frac{r_E}{r_V} - 1 \right) \beta = 9''.86.$$

3. Der projizierte Abstand $\Delta \sin w$ der Beobachtungsorte kann aus den geografischen Koordinaten der beiden Orte und der Uhrzeit berechnet werden⁹. Hier soll er jedoch nur aus Abbildung 11 entnommen werden, die die Tagseite der Erde zum Zeitpunkt der Aufnahme zeigt:

$$\Delta_{\perp} = 1.19R_E.$$

⁹siehe <http://www.venus2012.de/venusprojects/photography/example/example.php>



Abbildung 11: Die Tagseite der Erde um 8:00 UT

4. Damit folgt schließlich aus (8) das Endergebnis für die Sonnenparallaxe:

$$\pi_S = 8''.30$$

und für die Entfernung zwischen Erde und Sonne nach (9)

$$d_S = 24860R_E.$$

Diese Ergebnisse können verbessert werden, indem statt der mittleren Werte für die Abstände ihre aktuellen Werte ($r_E = 1.015AE$, $r_V = 0.726 \implies \frac{r_E}{r_V} - 1 = 0.398$) und statt des gemessenen Sonnenradius der richtige Wert ($\rho_S = 15'.76$) eingesetzt werden. Dann ergeben sich:

$$\pi_S = 8''.62 \text{ und } 1AE = 23920R_E.$$

7 Messungen und Berechnungen

Gleichungen (8) und (9) fassen zusammen, wie aus der Beobachtung und Messung des Venusdurchganges auf die Entfernung zur Sonne geschlossen werden kann. Sie zeigen, was gemessen und was berechnet werden muss, um die Sonnenparallaxe bestimmen zu können:

$$\pi_S = \left[\frac{R_E}{\Delta} \frac{1}{\sin w} \left(\frac{r_E}{r_V} - 1 \right) \right] \beta$$

$$1AE = d_S = \frac{R_E}{\pi_S}$$

- Die eigentliche Messgröße ist der **Winkelabstand** β der Venusscheibchen auf Transitfotos, die von verschiedenen, weit voneinander entfernten Orten der Erde aus (z.B. Europa, Indien und Südafrika) gleichzeitig relativ zur Sonnenscheibe aufgenommen wurden. Wenn das Ausmessen der entsprechenden Positionen genügend genau gelingt, ist die Auswertung mit elementarer Mathematik möglich.

Für die Positionsmessungen kommt es allerdings nicht nur auf den Abstand des Planeten vom Sonnenrand (oder von ihrem Mittelpunkt) an, sondern auch auf die Richtung der Abweichung. Deshalb muss die genaue Orientierung der Sonne auf den Fotos bekannt sein. Ein Vorschlag dazu ist die doppelte Belichtung desselben Bildes¹⁰ bei festgehaltener Kamera im Abstand weniger Minuten. Die Verschiebung der beiden Abbilder der Sonne, hervorgerufen durch die Drehung der Erde, zeigt dann die genaue Ost-West-Richtung an.

- Der Winkelabstand ergibt sich zunächst als **Bruchteil** f der Größe der Sonnenscheibe. Um f in einen absoluten Winkel umrechnen zu können, braucht man den **Winkelradius** ρ_S der Sonne.

$$\beta = f \rho_S.$$

- Um den Parallaxenwinkel auf den Erdradius umrechnen zu können, braucht man den **linearen Abstand** Δ der beiden Beobachter als **Vielfaches** $\frac{\Delta}{R_E}$ des Erdradius. Dazu benötigt man die **geografischen Koordinaten** (φ_i, λ_i) der beiden Beobachter.
- Bei dem Abstand der Beobachter kommt es nur auf die Projektion $\Delta \sin w$ parallel zur Richtung Erde - Sonne an. Man muss also den **Projektionswinkel** w zur Zeit der Aufnahmen kennen. Da dieser Winkel etwas schwierig zu bestimmen ist¹¹, wird der projizierte Abstand hier an einem Bild ausgemessen, das die Tagseite der Erde zur Zeit des Transits zeigt (Abb. 11), bzw. den zur Verfügung gestellten Hilfsmitteln (Programme und Excel-Tabellen) überlassen.
- Der **Bahnradius** r_V der Venus muss als **Bruchteil** $\frac{r_V}{r_E}$ des Erdbahnradius bekannt sein, damit aus dem Parallaxenwinkel β_V der Venus auf den Parallaxenwinkel β_S der Sonne geschlossen werden kann.
- Schließlich muss man den **Erdradius** R_E kennen, um aus der Sonnenparallaxe gemäß (9) die Entfernung der Sonne ableiten zu können.

¹⁰bzw. die nachträgliche Überlagerung zweier kurz nacheinander aufgenommener Fotos

¹¹<http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/Venusproject/geogrpositions.htm>

- Für den Fall, dass es keine genügend zeitgleichen Aufnahmen gibt, sollte jeder Teilnehmer möglichst viele Fotos während des Transits aufnehmen. Dann ist es nachträglich möglich, an alle gemessenen Positionen $(x_i(t), y_i(t))$ einen linearen Fit anzupassen,

$$\begin{aligned}x(t) &= at + x_0, \\y(t) &= bt + y_0,\end{aligned}$$

mit dem Zwischenpositionen für jeden beliebigen Zeitpunkt berechnet werden können. Dafür wird eine Excel-Tabelle zur Verfügung gestellt¹².

8 Die Internet-Projekte

8.1 „Venus 2004“

Ziel des Transit-Projektes des Jahres 2004¹³ war es, Schulklassen bzw. schulische Arbeitsgemeinschaften, Gruppen von Amateurastronomen und Sternwarten mit dem Ziel zusammenzuführen, den Venusdurchgang 2004 gemeinsam zu beobachten und zu fotografieren und aus den Beobachtungsdaten die Entfernung zur Sonne mit verschiedenen Verfahren abzuleiten. Das Material wurde anschließend so aufbereitet, dass es Auswertungen mit unterschiedlichem Anspruch an Genauigkeit und Komplexität zulässt.

Die Vorbereitungszeit wurde als umfangreiches astronomisches Ausbildungsprojekt dazu genutzt, im Rahmen der sich entwickelnden internationalen Kooperation alle in die Gleichungen (8) und (9) explizit oder implizit eingehenden Größen selbst zu bestimmen!

Um dieses Ziel zu erreichen, wurden die folgenden Teilprojekte ins Leben gerufen:

Measuring the radius of Venus’ orbit Der Bahnradius wurde bestimmt, indem der größte Winkelabstand der Venus vor und nach dem Transit gemessen wurde. Eine zweite Möglichkeit ergab sich durch die Beobachtung der rückläufigen Bewegung der Venus.

Determining of the own geographical coordinates and the projected distance of different observers Die eigenen geografischen Koordinaten wurden mit Funkuhr und Schattenstab bestimmt.

Determining the radius of the Earth Mit Funkuhr und Schattenstab gelangen Messungen des Erdradius z. B. zwischen Iran und Deutschland, aber auch innerhalb von Deutschland ([1]).

Measuring the angular radius of the Sun Der Winkeldurchmesser der Sonne wurde anhand von Sonnentälern und der Wanderung projizierter Sonnenabbildungen gemessen. Insbesondere aber wurde diese Größe durch Auswertung doppelt belichteter Sonnenfotos gewonnen.

¹²<http://www.venus.de/transit-of-mercury2016/stuff/tableofMercurypositions.xls>

¹³<http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/VenusProject.htm>

Exercises in photographing the Sun and exact position measurements on the Sun's disc (Sunspots) Als besonders wichtig erwiesen sich die Erfahrungen, die im Rahmen dieses Projektes gewonnen wurden. Mehrere Teilnehmer beim Venustransit 2004, die sich nicht im Rahmen dieses Projektes vorbereitet hatten, waren mit der kritischen Aspekten nicht ausreichend vertraut, sodass sich ihre Bilder anschließend nicht auswerten ließen.

The Transit of Mercury on May 7th, 2003 Der vorangehende Merkurtransit diente hauptsächlich der Vorbereitung, insbesondere der Einübung der Sonnenfotografie und dem Test der Auswertungsalgorithmen. Die Algorithmen erwiesen sich im Wesentlichen als angemessen, und die Teilnehmer des Jahres 2003 konnten beim Venustransit 2004 auf ihre Erfahrungen zurückgreifen.

Die von den Teilnehmern aufgenommenen Transitfotos und ihre Auswertungen wurden auf einer Ergebnisseite¹⁴ zusammengefasst. Die Grundideen, Erfahrungen und Ergebnisse wurden auf Konferenzen in Deutschland vorgetragen und in deutschsprachigen Zeitschriften veröffentlicht ([1], [2]). Schließlich wurde die Auswertung typischer Bilder Gegenstand einer Aufgabe des „Astronomischen Schlechtwetter-Praktikums“¹⁵.

8.2 Der Venustransit 2012

Das Transit-Projekt des Jahres 2012¹⁶ war eine Wiederholung des Projektes von 2004. Allerdings fand der Transit zu einer für Europa ungünstigen Tageszeit statt. Außerdem war das Wetter in weiten Teilen Europas ungünstig. Dadurch war die Zahl der Teilnehmer kleiner als 2004.

Anders als im Jahr 2004 verzichteten wir auf die Projekte zur Vorbereitung. Das hatte zur Folge, dass sich die Teilnehmer viel weniger nach den Ratschlägen und Zeitvorgaben richteten. Deshalb gab es fast keine doppelt belichteten und keine zeitgleichen Fotos der Teilnehmer. Beide Probleme konnten schließlich doch gelöst werden:

- Die Orientierung der Sonne auf den Bildern konnte anhand prominenter Sonnenflecken bestimmt werden – wenn auch nicht so genau, wie das bei doppelt belichteten Aufnahmen möglich gewesen wäre.
- Das Sonnenteleskop SDO („Solar Dynamics Observatory“) der NASA, das auf einem geosynchronen Orbit die Erde umkreist, lieferte perfekte Sonnenfotos im Abstand von etwa 15s. Darunter fanden sich solche, die mit Bildern der Teilnehmer kombiniert werden konnten. Dazu musste allerdings der Abstand $\Delta \sin w$ zwischen Beobachter und Teleskop gesondert berechnet werden.
- Einige der Teilnehmer hatten Serien mit so vielen Einzelaufnahmen gemacht, dass hinreichend genau ein linearer Fit angepasst werden konnte. Deshalb konnten die Positionen der Venus zu den verabredeten Zeiten durch Interpolation gewonnen werden.

¹⁴<http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/Venusproject/venusresults.htm>

¹⁵<http://www.didaktik.physik.uni-duisburg-essen.de/~backhaus/AstroPraktikum/>

¹⁶<http://www.venus2012.de>

Die nicht sehr zahlreichen, aber durchweg guten Ergebnisse wurden wieder auf einer Ergebnisseite zusammengefasst.

Im Jahr 2012 gab es ein zweites Teilprojekt, in dem die Teilnehmer die **Kontaktzeiten**¹⁷ der Venus möglichst genau maßen und ihre Ergebnisse entsprechenden Seiten zum Datenaustausch übermittelten. Die zugrunde liegende Idee und die mathematischen Details wurden auf entsprechenden Seiten beschrieben und Hilfsmittel zur Auswertung bereit gestellt. Die eingehenden Messergebnisse waren zwar nicht sehr zahlreich. Dafür aber hatten die Teilnehmer offensichtlich sehr gründlich gemessen. Denn die aus den Kontaktzeiten abgeleiteten Werte für die Astronomische Einheit weichen (außer bei Kontakt 4) weniger als 1% vom richtigen Wert ab.

Die Ergebnisse beider Teilprojekte wurden auf Tagungen in Deutschland und in einem Aufsatz in einer deutschsprachigen Zeitschrift ([4]) veröffentlicht. Die Kontaktzeit-Methode und ihre Ergebnisse wurden zu einer Aufgabe des „Astronomischen Schlechtwetter-Praktikums“¹⁸.

8.3 Der Merkurtransit 2016

Der Transit dieses Jahres findet (für Europa) unter ähnlichen Randbedingungen statt wie der Merkurtransit 2003 und der Venustransit 2004. Die besondere Herausforderung durch den diejährigen Merkurtransit entsteht dadurch, dass Merkur sehr viel kleiner als Venus erscheinen und der parallaktische Effekt durch seine fast doppelt so große Entfernung von der Erde viel kleiner sein wird.

Wird es gelingen, ausreichend viele und gute Aufnahmen zu machen und zu sammeln, dass die Parallaxe von Merkur sichtbar gemacht werden und durch Positionsmessungen an Merkur die Entfernung zur Sonne messbar wird?

Weil der zu beobachtende Effekt so klein sein wird (siehe Abb. 12), ist es besonders wichtig, dass die Basislänge möglichst groß ist, also Bilder miteinander verglichen werden können, die an Orten aufgenommen wurden, die auf der Erde sehr weit voneinander entfernt sind. Wie die Bilder auf der Homepage des Projektes¹⁹ zeigen, sind dabei besonders günstig Kombinationen wie Indien-Nordamerika, Nordeuropa-Südafrika oder Skandinavien-Südamerika. In Skandinavien und Nordamerika sind bisher noch (fast) keine Teilnehmer gefunden worden.

Für den Erfolg des Projektes muss besonders auf die folgenden Punkte geachtet werden:

- Um Bilder von verschiedenen Beobachtern miteinander vergleichen zu können, müssen von ihnen die folgenden Daten möglichst genau bekannt sein:
 - der **Aufnahmezeitpunkt der Bilder**: *Die Uhr der Kamera bitte kurz vor dem Transit möglichst auf die Sekunde genau auf GPS-Zeit stellen!*
 - die **geografische Position des Aufnahmeortes**: *Die GPS-Position bitte vor dem Transit messen!*

¹⁷<http://www.venus2012.de/venusprojects/contacttimes/contacttimes.php>

¹⁸<http://www.didaktik.physik.uni-duisburg-essen.de/~backhaus/AstroPraktikum/>

¹⁹<http://www.venus2012.de/transit-of-mercury2016>

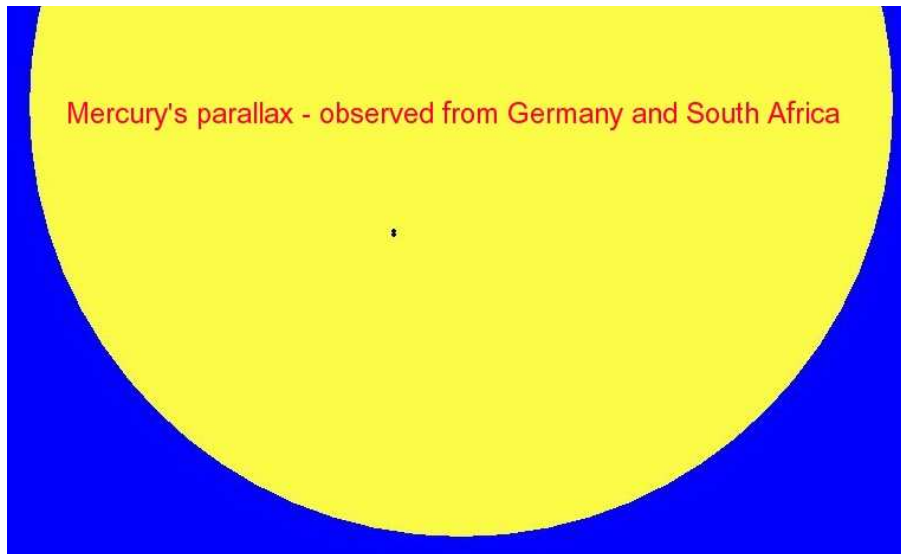


Abbildung 12: Die (fast) maximale Größe des Parallaxeneffektes von Merkur

- der **Maßstab der Bilder**, er lässt sich am besten dadurch feststellen, dass der Radius der Sonne auf dem Foto gemessen wird. Dazu sollte ein möglichst großer Teil der Sonne – möglichst die ganze Sonne! – abgebildet werden. Die genaueste Möglichkeit zur Messung ergibt sich bei bekannter Zeitdifferenz Δt aus der Verschiebung des Sonnenbildes auf den doppelt belichteten Bildern.
- die **Orientierung der Bilder** – für Amateure nicht leicht mit genügender Genauigkeit festzustellen. Eine Möglichkeit besteht darin, *bei fest gehaltener Kamera jeweils zwei Bilder im Abstand von etwa 150s aufzunehmen*. Wenn eine Nachführung verwendet wird, die nicht kurzfristig abgestellt werden kann, kann bei parallaktischen Montierungen evtl. die Rektaszension gezielt verstellt werden, um die Richtung der Rektaszensionsachse festzustellen.

Am Problem der Bestimmung der Orientierung der Fotos wäre das Transitprojekt 2012 gescheitert, wenn es nicht zufällig prominente Flecken auf der Sonne gegeben hätte, an denen die Orientierung festgestellt werden konnte.

- Am anschaulichsten ist der Vergleich zwischen gleichzeitig aufgenommenen Bildern. Aus diesem Grund werden mehrere Zeitpunkte verabredet, an denen möglichst fotografiert werden sollte.
- Können diese Zeiten aus irgendwelchen Gründen nicht eingehalten werden, sollten trotzdem möglichst viele Aufnahmen gemacht und Merkurs Position darauf gemessen werden. Dann lässt sich an die gemessenen Positionen nach dem Transit eine lineare Funktion anpassen (Linefit), mit der Merkurpositionen zu beliebigen Zeitpunkten interpoliert werden können.
- Wenn möglich, sollten die Beobachter die Positionen von Merkur auf ihren Bildern, z. B. mit den zur Verfügung gestellten Hilfsmitteln, selbst messen und über die

Seiten zum Datenaustausch hochladen.

Durch Vergleich der selbst gemessenen Positionen, mit denen die andere Beobachter zur selben Zeit gemessen haben, können die Teilnehmer „eigene“ Werte für die Entfernung zur Sonne berechnen.

- Ausgewählte Bilder können, ebenfalls über die Seiten zum Datenaustausch, hochgeladen und den anderen Projektteilnehmern zur Verfügung gestellt werden. Komplette Bildserien sollten dem Autor geschickt werden, der sie auf einer gesonderten Projektseite veröffentlichen wird.

Literatur

- [1] Backhaus, U.: , *Der Venustransit 2004 – Forschendes Lernen in einer internationalen Kooperation*, Computer + Unterricht 57, 34 (2005) <http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroMaterialien/Literatur/ForschenundforschendesLernenbeimVenustransit2004.pdf>
- [2] Backhaus, U.: *Das Projekt „Venustransit 2004“*, *Astronomie + Raumfahrt* 45/2, 23 (2008) http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/AstroMaterialien/Literatur/DasProjektVenustransit2004_AuR104.pdf
- [3] Backhaus, U.: *Messung der Astronomischen Einheit durch Beobachtung und Auswertung eines Venustransits*, in: *Aufgaben für eine Schlechtwetter-Astronomie* <http://www.didaktik.physik.uni-duisburg-essen.de/~backhaus/AstroPraktikum/>
- [4] Backhaus, U., Gabriel, P., Kersting, T.: *Zwei Methoden zur Messung der Entfernung zur Sonne. Aus Anlass des Venustransits 2012 erfolgreich nachvollzogen*, *MNU* 67/2, 68 (2014) [http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/publicat/Venustransit2012\(MNU_02_14_68-73\).pdf](http://www.didaktik.physik.uni-due.de/~backhaus/publicat/Venustransit2012(MNU_02_14_68-73).pdf)
- [5] Ball, R., *A Treatise on Spherical Astronomy*, Cambridge University Press: Cambridge 1908
- [6] Astronomy Online: *Measuring the Distance to the Sun*, <http://www.eso.org/outreach/spec-prog/aol/market/collaboration/solpar/>
- [7] Astronomy Online: *Measuring the Distance to the Sun – Final Report*, [tt http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/aol/finalrep.htm](http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/aol/finalrep.htm)
- [8] U. Backhaus: *Die Entfernung der Sonne*, *Astronomie und Raumfahrt* 35/1, 30 (1998)
- [9] Guckelsberger, K., *Der vermessene Himmel*, *Physik in unserer Zeit* 32/3, 128 (2001)
- [10] A. v. Helden: *Measuring the Universe*, The University of Chicago Press, Chicago 1995
- [11] D. B. Herrmann: *Kosmische Weiten*, Barth: Leipzig 1977, p. 46ff
- [12] M. Hunter: *Transit of Venus*, Blizzard Publishing Ltd. 1992
- [13] A. Lothian: *The Transit of Venus*, Granta Books 2002
- [14] Newcomb, S., *Discussion of Observations of the Transits of Venus in 1761 and 1769*, in: *Selected Papers Vol. II*, Bureau of Equipment, Navy Department: Washington 1891
- [15] E. Maor: *June 8, 2004 – Venus in Transit*, Princeton University Press: Princeton 2000
- [16] Peter, B., *Untersuchung des Vorüberganges der Venus vor der Sonnenscheibe im Jahre 1882*, in: *Verhandlungen der Leopoldinisch-Carolinisch Deutschen Akademie der Naturforscher*, Band 39: Dresden 1877

- [17] D. Sellers, *The Transit of Venus*, Magavelda Press: 2001
- [18] D. Sobel, *Längengrad*, Berlin Verlag: Berlin 1996.
- [19] S. Webb: *Measuring the Universe*, Springer: London etc. 1999, p. 44ff
- [20] Wolf, R.: *Handbuch der Astronomie ihrer Geschichte und Litteratur*, Zürich 1890-1891, nachgedruckt bei Olms: Hildesheim 1973.
- [21] Woolf, H.: *The Transits of Venus – A Study of Eighteenth-Century Science*, Princeton University Press: Princeton 1959.