Der Venustransit 2004
– Beobachtung und Messung der Sonnenparallaxe –
(vorläufige Version)

Udo Backhaus, Universität Duisburg-Essen

25. Oktober 2005

Inhaltsverzeichnis

Beobachtung und Messung von Durchgängen der Venus vor der Sonne boten lange Zeit die Gelegenheit zur genauesten Messung der Entfernung zwischen Erde und Sonne. Wenn auch die Astronomische Einheit heute mit anderen Methoden sehr viel genauer bestimmt worden ist, so bietet doch der auf der geografischen Länge von Deutschland optimal beobachtbare Durchgang am 8. Juni 2004 , der erste seit 1882, eine ausgezeichnete Möglichkeit, mit modernen Methoden die historischen Messungen nachzuvollziehen und internationale Zusammenarbeit zwischen Schulen, Amateurastronomen und Universitäten einzuüben.

1 Einleitung

Am 8. Juni 2004 wird Venus, von der Erde aus betrachtet, von Ost nach West vor der Sonnenscheibe vorbeiziehen. Ein solcher so genannter Venustransit gehört zu den seltensten exakt vorhersagbaren astronomischen Ereignissen: Kein lebender Mensch hat schon einen solchen beobachtet, weil im gesamten vergangenen Jahrhundert kein einziger stattfand, und wir werden, am 6. Juni 2012, höchstens noch eine weitere Gelegenheit bekommen[1]. Überhaupt sind bisher nur fünf Venustransits von Menschen beobachtet worden (1639, 1761, 1769, 1872, 1882).

Venusdurchgänge haben in der Entwicklung der modernen Astronomie eine zentrale Rolle gespielt, weil aus ihrer Vermessung bis zum Ende des 19. Jahrhunderts der genaueste Wert für die Entfernung zur Sonne gewonnen wurde.

2 Die Astronomische Einheit

Im 18. und 19. Jahrhundert wurden zahlreiche Expeditionen in alle Gegenden der Erde ausgestattet und durchgeführt, von denen aus die Astronomen einen der sehr seltenen Venusdurchgänge vor der Sonne hofften beobachten zu können. Aus den Messwerten wollten sie einen besseren Wert für die Sonnenentfernung ableiten ([8], [24], [22]).

Warum gaben die Regierungen vieler Länder so viel Geld aus, und warum nahmen die Astronomen die Strapazen solcher Expeditionen auf sich ([14])? Und warum ist es auch heute noch wichtig, nicht nur den Zahlenwert der Astronomischen Einheit zu wissen sondern auch etwas über die Methoden, mit denen er immer präziser gemessen wurde?

Das sich in den Anstrengungen von Regierungen und Menschen ausdrückende Interesse an der Entfernung zur Sonne hatte sowohl naturwissenschaftliche als auch wirtschaftliche Gründe:

- *Wenn man die Sonnenentfernung kennt, kann man die Größe des ganzen Sonnensystems bestimmen*:

  Durch Winkelmessungen am Himmel ist es relativ leicht möglich, die Bahnradien, bzw. die großen Halbachsen der Planetenbahnen zu bestimmen. Bei diesen Messungen ergeben sich jedoch nur Entfernungsverhältnisse. Die Struktur des Sonnensystems wird dadurch zwar bestimmt, der Maßstab aber bleibt unbekannt. Seit Copernicus diente der Abstand zwischen Erde und Sonne als Maßstab. Der aus der Antike übernommene Wert für diese Entfernung war aber um etwa den Faktor 20 zu klein - und damit das ganze Sonnensystem!

- *Wenn die Entfernungen im Sonnensystem bekannt sind, ist es möglich, die astrophysikalischen Eigenschaften der Sonne und der Planeten zu bestimmen*:

  So ergibt sich z.B. die Größe der Sonne und der Planeten aus ihrer scheinbaren Größe am Himmel Die Masse der Sonne kann, bei bekannter Gravitationskonstante,

[1] Allerdings werden wir dann auf die andere Seite der Erde reisen müssen, da zur fraglichen Zeit in Europa Nacht sein wird.

mit Hilfe des Gravitationsgesetzes berechnet werden. Und die gesamte Strahlungsleistung der Sonne kann aus der auf der Erde gemessenen Solarkonstanten hochgerechnet werden.

- *Wenn die absoluten Entfernungen im Sonnensystem bekannt sind, können präzisere Vorhersagen der Bahnbewegungen des Mondes gemacht werden*:

  Die Kenntnis der absoluten Entfernungen macht es möglich, die Störungen der Mondbahn zu berücksichtigen, die auf der Gravitationswechselwirkung mit den Planeten beruhen. Das war die Bedingung für genaue astronomische Navigation, eine lebenswichtige Voraussetzung für weltweiten Seeverkehr ([17]).

- *Der Abstand zwischen Erde und Sonne bildet auch die Basis für die Messung der Entfernung der Fixsterne.*

  Deshalb ist die Entfernung zur Sonne nicht nur der Maßstab für die Größe des Sonnensystems, sondern sogar für die Dimensionen des gesamten Weltalls: die so genannte **Astronomische Einheit**.

Indem Lernende etwas über die Geschichte der Sonnenentfernung und die Probleme bei ihrer Messung erfahren, erwerben sie nicht nur allmählich ein Gefühl für die fast unvorstellbare Größe des Weltraumes. Sie können an diesem Beispiel etwas darüber lernen, „was es heißt, Physik (und Astronomie) zu betreiben“ und „wie es überhaupt möglich war (und heute noch ist), so etwas zu wissen“ (*Wagenschein*).

Die Erinnerung an die Geschichte der Astronomischen Einheit und der zugrunde liegenden Ideen und das Erfahren einiger der Schwierigkeiten, die bei der Messung zugehöriger Größen auftreten, dient nicht nur einem besseren Verständnis früherer Probleme. Darüber hinaus entsteht ein tieferer Einblick in das Zusammenspiel zwischen Theorie und Erfahrung in den Naturwissenschaften, speziell in der Astronomie. Der Umgang mit Daten, die weit über die unmittelbare Anschauung hinausgehen, kann außerdem einen realistischen Einblick in gegenwärtige Entwicklungen in den Naturwissenschaften beitragen.

3 Die geometrische Parallaxe

Wenn man an der ausgestreckten Hand einen Gegenstand, z.B. einen Apfel, vor sich hält und die Augen abwechselnd schließt, beobachtet man, dass der Apfel scheinbar vor den weit entfernten Gegenständen der Umgebung hin- und herspringt – nach rechts, wenn das rechte Auge geschlossen wird, und umgekehrt. Diese scheinbare Positionsveränderung, die so genannte *parallaktische Bewegung*, beruht auf der sich ändernden Blickrichtung.

Dieser Parallaxeneffekt ist jedem aus dem täglichen Leben bekannt: Wenn wir die Umgebung von verschiedenen Standpunkten aus betrachten, haben alle Objekte unterschiedliche Positionen relativ zueinander. Je näher die Gegenstände sind, desto stärker verändern sie ihre relative Position. Je weiter die Objekte entfernt sind, desto kleiner ist der Effekt. Er kann deshalb zur Entfernungsbestimmung herangezogen werden.

Tatsächlich ist die Parallaxe ein wesentliches Hilfsmittel zum dreidimensionalen Sehen:

Abbildung 1: Stereobild einer Landschaft mit Ruine. Der Stereoeffekt entsteht, wenn die Bilder mit dem „Parallelblick“ so betrachtet, dass die beiden Punkte über den Bilden zu einem zusammenschmelzen.

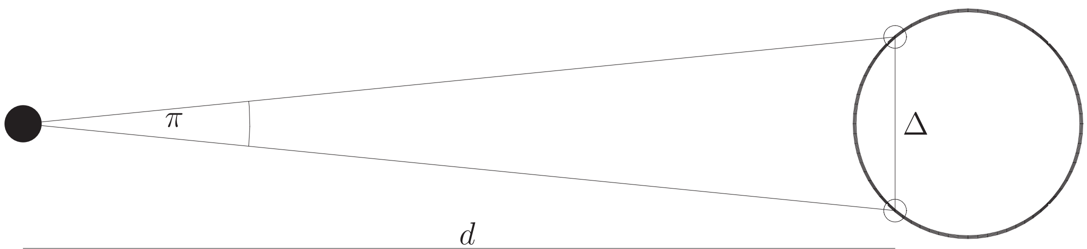

Abbildung 2: Zum Zusammenhang zwischen Parallaxe π, Abstand der Beobachtungsorte Δ und der Objektentfernung d

- Die beiden Augen nehmen verschiedene Bilder auf, in denen sich die relativen Positionen der Gegenstände zueinander etwas unterscheiden. Im Gehirn werden diese beiden Bilder zu einem dreidimensionalen Bild verarbeitet (Abb. 1).
- Sind die Entfernungen zu groß, die parallaktischen Unterschiede deshalb zu klein für die Erzeugung eines dreidimensionalen Bildes, dann helfen die parallaktischen Verschiebungen bei Bewegung, sich einen Eindruck von der Tiefenstaffelung zu verschaffen.

Die Parallaxe π eines Gegenstandes ist der Unterschied in den Blickrichtungen zweier Beobachter, die ihn ansehen. Oder anders ausgedrückt: π ist der Winkel, unter dem der Abstand Δ der beiden „Aufnahmeorte“, z.B. der beiden Augen oder der beiden Observatorien, von dem Gegenstand aus erscheinen (Abb. 2). Steht die Verbindungslinie senkrecht auf der Richtung zum Gegenstand, dann gilt offensichtlich die folgende Beziehung:

$$\tan\frac{\pi}{2} = \frac{\frac{\Delta}{2}}{d} \quad\Longrightarrow\quad d = \frac{\frac{\Delta}{2}}{\tan\frac{\pi}{2}} \tag{1}$$

Ist die Entfernung sehr groß, die Parallaxe sehr klein, dann gilt näherungsweise:

$$\boldsymbol{d \overset{\pi \ll 1}{\approx} \frac{\Delta}{\pi}} \tag{2}$$

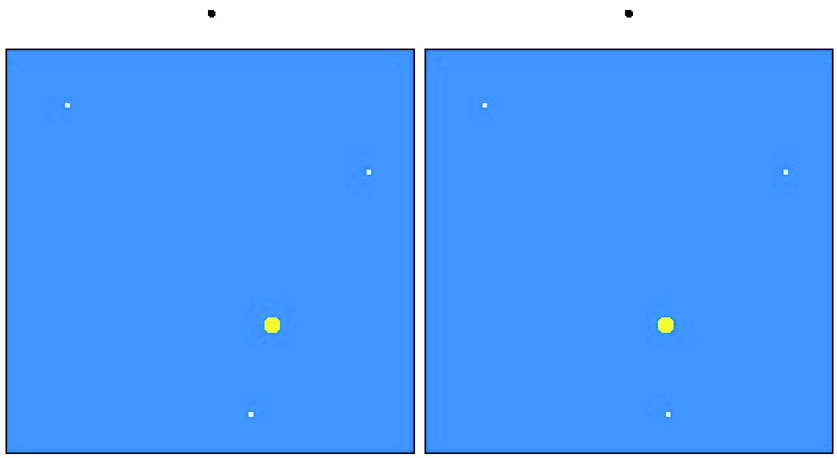

Abbildung 3: Parallaktische Verschiebung der Venus gegenüber dem Fixsternhimmel. Diese Verschiebung ist gleich der Venusparallaxe π_V.

Die Messung der so genannten *trigonometrischen Parallaxe* ist auch heute noch das genaueste Verfahren, die Entfernungen astronomischer Objekte zu bestimmen.

> *Die Parallaxe eines Objektes des Sonnensystems ist der Winkel, unter dem, von dem Objekt aus gesehen, der Erdradius erscheint*[2].

Wenn man die relative Verschiebung $\Delta\beta$ vor „unendlich“ weit entferntem Hintergrund beobachtet, dann zeigt sie direkt die Parallaxe: $\beta = \pi$ (s. Abb. 3[3])

Beobachtet man dagegen die parallaktische Verschiebung relativ zu einem endlich weit entferntem Hintergrund, dann ist sie kleiner als die Parallaxe, weil der Hintergrund selbst auch Parallaxe zeigt: $\Delta\beta = \pi - \pi_H$ (s. Abb. 4).

4 Die Parallaxe der Sonne

Die Sonne ist sehr weit entfernt, ihre Parallaxe deshalb sehr klein: Sie beträgt nur 8”.8. Das ist der Winkel, unter dem uns eine kleine Münze in 230 m Entfernung erscheint! Erschwerend kommt hinzu, dass kein Hintergrund sichtbar ist, wenn die Sonne am Himmel steht. Es ist deshalb bis heute unmöglich, die Sonnenparallaxe direkt geometrisch zu bestimmen.

---

[2] Bei Objekten außerhalb des Sonnensystems, z.B. Fixsternen, bezieht sich die Parallaxe auf den Radius der Erdbahn, also auf die Entfernung zwischen Erde und Sonne.

[3] Die Abbildung 3 und 4 sind Stereobilder. Sie rufen einen stereoskopischen Eindruck hervor, wenn man sie mit dem so genannten Parallelblick betrachtet, so dass die mit den beiden Augen gesehenen unterschiedlichen Bilder zu einem Bild verschmolzen werden. Die Punkte über den Bildern können als Hilfe dienen: Der Blick, d.h. die Augenstellung, ist richtig, wenn man zwischen den beiden Punkten *genau einen* zusätzlichen Punkt sieht. Anfangs ist es günstig, die Augen zunächst sehr nahe an die Bilder heranzuführen und sie langsam zu entfernen, wenn man die richtige Augenstellung gefunden hat.

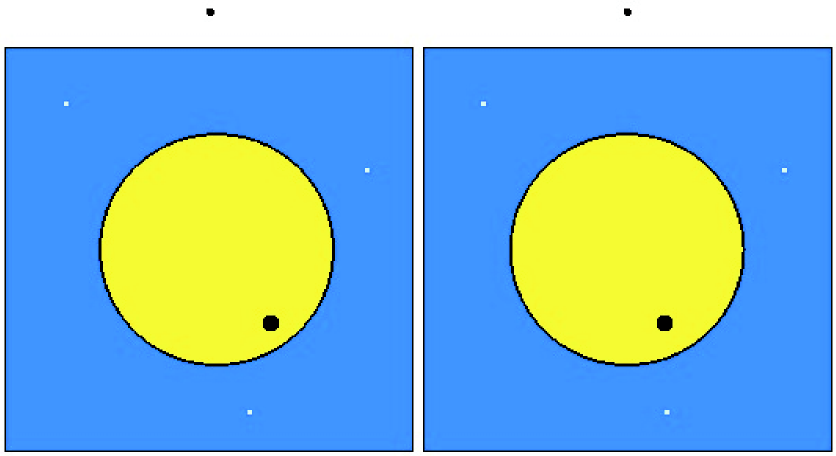

Abbildung 4: Parallaktische Verschiebung von Venus und Sonne. Die Verschiebung der Venus relativ zur Sonnenscheibe ist kleiner als relativ zu den Sternen in Abb. 3. Sie entspricht der Differenz $\pi_V - \pi_S$.

Die Grundidee der geometrischen Messung der Entfernung zur Sonne besteht darin, die Parallaxe eines anderen Körpers des Sonnensystems zu bestimmen und dessen Entfernung anschließend, z.B. mit Hilfe des 3. Kepler'schen Gesetzes, auf die Sonnenentfernung hochzurechnen.

- **Mars**, längst nicht so hell wie die Sonne und in Oppositionsstellung nur etwa halb so weit von der Erde entfernt, war der erste Körper, an dem diese Idee erfolgreich umgesetzt wurde. Bereits Kepler war aufgefallen, dass er an Mars keinerlei parallaktische Bewegung beobachten konnte. Er hatte daraus geschlossen, dass der von Aristarch angegebene Wert für die Entfernung der Sonne viel zu klein sein musste. 1672 gelang es schließlich Cassini in Paris, Richer in Cayenne und Flamsteed in London, den Parallaxenwinkel von Mars zu etwa 25".5 zu bestimmen und daraus auf eine Sonnenparallaxe von nicht mehr als 10" zu schließen ([9]).

- **Venus** kommt in der unteren Konjunktion der Erde noch deutlich näher als Mars. Allerdings ist sie in dieser Stellung in der Regel unbeobachtbar. Bei den sehr seltenen Transits allerdings ist sie vor der Sonne gut zu sehen und ihre Position relativ zur Sonnenscheibe im Prinzip auch gut messbar. Nach der Beobachtung eines Merkurtransits im Jahre 1677 machte deshalb Halley 1716 den Vorschlag, den nächsten Venustransit des Jahres 1761 von den verschiedensten Orten der Erde aus zu vermessen, um die Sonnenentfernung so genau wie möglich zu bestimmen.

- Manche **Kleinplaneten** kommen der Erde noch näher als Venus. Wegen ihrer geringen Größe ist zusätzlich ihre Positon noch genauer zu bestimmen. Im Jahre 1931 gelang an **Eros**, bei einem Abstand von nur 0.15 AE, eine sehr genaue Bestimmung der Sonnenparallaxe[4]. Allerdings konnte diese inzwischen auch mit physikalischen

[4] Die Bestimmung der Sonnenentfernung durch Messung von Kleinplanetenparallaxen war im Jahr

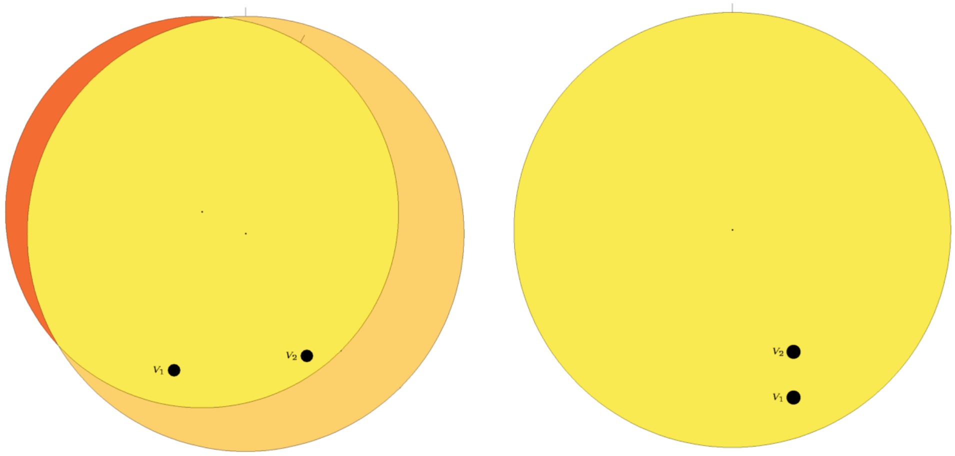

Abbildung 5: Zwei Fotos von Venus vor der Sonne, gleichzeitig von zwei verschiedenen Orten auf der Erde aufgenommen. Links: willkürlich übereinander gelegt. Rechts: So verschoben, dass beide Sonnenmittelpunkte übereinander liegen, auf gleiche Größe skaliert und so gedreht, dass auf beiden Bildern Norden oben liegt. Der Parallaxeneffekt ist stark übertrieben.

Methoden bestimmt werden.

5 Geometrie des Venustransits

Für zwei Beobachter an verschiedenen Orten der Erde sieht ein Venusdurchgang unterschiedlich aus: Die Venus tritt zu etwas unterschiedlichen Uhrzeiten vor die Sonne und verlässt sie auch nicht gleichzeitig. Und im selben Moment hat die Venus nicht genau dieselbe Position auf der Sonnenscheibe. Dieser Parallaxeneffekt kann bemerkt werden, wenn

- man die Länge der Transitsehnen dadurch bestimmt, dass man die Ein- und Austrittszeitpunkte sekundengenau misst oder

- wenn zwei simultan aufgenommene Fotos des Ereignisses auf dieselbe Größe skaliert und mit derselben Orientierung übereinander gelegt werden (Abb. 5).

  Wie kann aus dieser Positionsveränderung der Venus auf ihren Abstand von der Erde und schließlich auf die Entfernung zwischen Erde und Sonne geschlossen werden?

Die parallaktische Verschiebung zwischen den beiden Venusscheibchen, bzw. zwischen den beiden Transitsehnen, wird meist folgendermaßen erklärt (Abb. 6): Weil Venus die Entfernung Erde-Sonne im Verhältnis 5:2 teile, müsse der Abstand der beiden „Projektionen“ auf der Sonne gerade 2.5mal so groß sein wie der Abstand der beiden Beobachter

1996 Gegenstand eines anderen Internetprojektes ([3] und [4]).

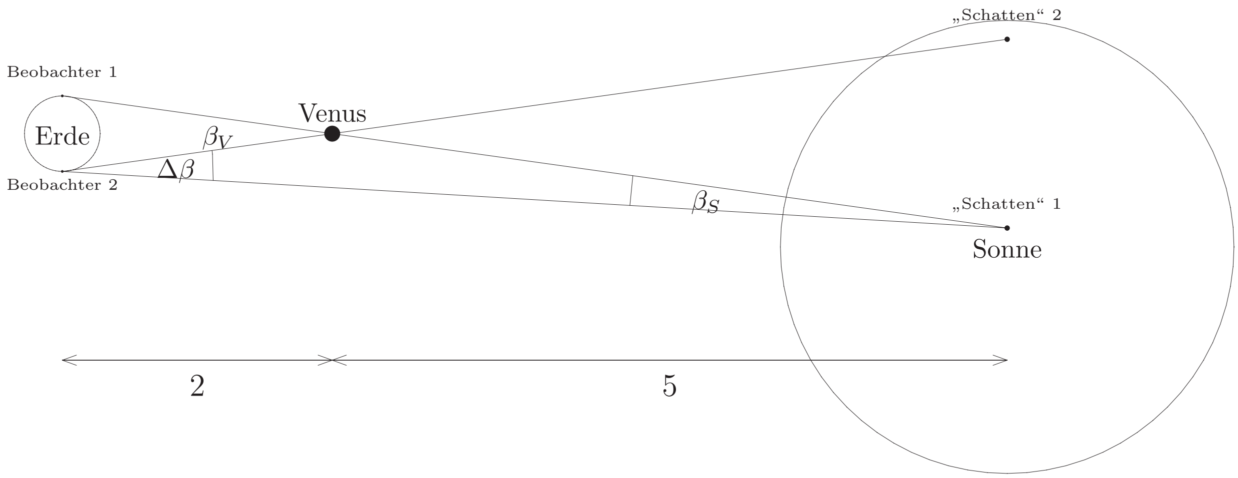

Abbildung 6: Übliche Erklärung des Abstandes der beiden Venusscheibchen (siehe z.B. Herrmann ([10])): Der Abstand der beiden Venus„projektionen“ wird von der Erde aus unter dem Winkel $\Delta\beta$ gesehen. Da der Abstand auf der Sonne 2.5mal so groß ist wie der Abstand der Beobachter, ist auch $\Delta\beta$ 2.5mal so groß wie der Winkel β_S, unter dem die Erde von der Sonne aus erscheint.

auf der Erde. Der Winkel $\Delta\beta$, unter dem dieser Abstand von der Erde aus gesehen werde, müsse daher 2.5mal so groß sein wie der Winkel β_S, unter dem umgekehrt der Abstand der beiden Beobachter von der Sonne aus erscheine. In der dargestellten Situation ist $\Delta\beta$ also gerade fünfmal so groß wie die so genannte Sonnenparallaxe π_S. Diese gibt an, unter welchem Winkel der Erdradius von der Sonne aus erscheint.

So plausibel diese Erklärung zunächst scheint, erheben sich doch Fragen:

1. Warum stellt $\Delta\beta$ die parallaktische Verschiebung von Venus dar – und nicht β_V?

2. Natürlich wirft die Venus keine „Schatten“ auf die Sonne. Wie kann man dann ihren Abstand von der Erde aus beobachten?

3. Wenn es aber doch irgendwie möglich ist, diese Projektionen zu sehen: Wo befinden sich diese tatsächlich – auf der Sonnenoberfläche oder auf einer Ebene, z.B. durch den Sonnenmittelpunkt? Welche Orientierung hat diese Ebene? Da der Radius der Sonne etwa 0.5% der Entfernung zwischen Erde und Sonne ausmacht, wäre die Antwort auf diese Frage nicht völlig unerheblich!

4. Von verschiedenen Positionen auf der Erde aus betrachtet erscheint doch auch die Sonne an etwas unterschiedlichen Positionen vor dem Sternenhimmel. Muss dieser Effekt nicht berücksichtigt werden?

Tatsächlich kann man weder die Venus *vor der Sonne* beobachten, noch ihre Projektionen *auf ihrer Oberfläche*. Stattdessen können am Himmel nur *Winkel* beobachtet und gemessen werden. So hat für die beiden Beobachter die Venus unterschiedliche Positionen

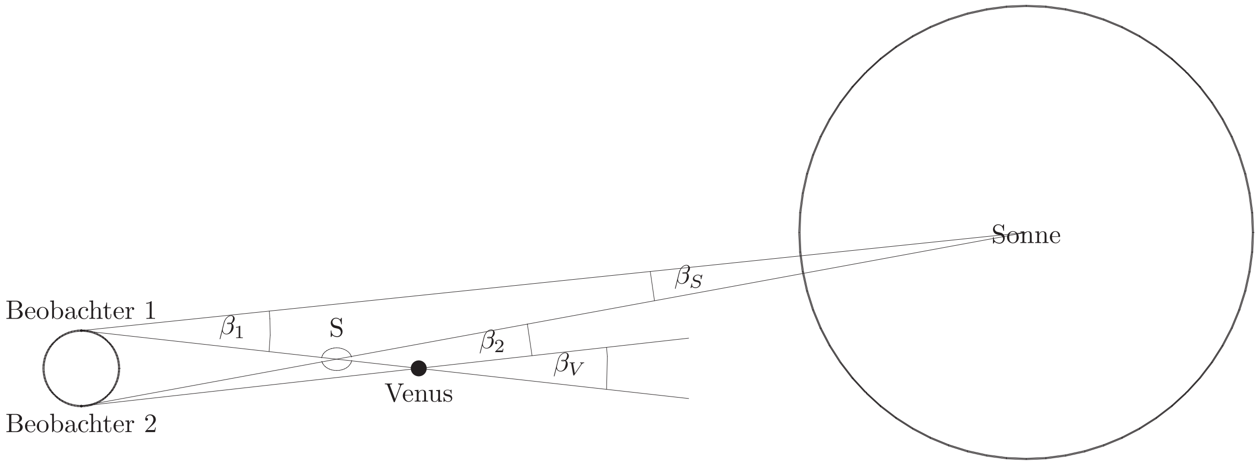

Abbildung 7: Alternative Erklärung: Für die beiden Beobachter hat Venus unterschiedliche Positionen relativ zur Sonnenscheibe, hier dargestellt als Winkelabstände β_1 bzw. β_2 von der Sonnenmitte.

relativ zur Sonnenscheibe, in der in Abb. 7 dargestellten Situation z.B. verschiedene Winkelabstände β_1 bzw. β_2 von der Sonnenmitte[5]. Diese beiden Winkel können Abbildung 5 entnommen werden, wenn man den Abbildungsmaßstab mit Hilfe des Durchmessers der Sonnenscheibe bestimmt. Der Abstand der beiden Venusscheibchen *relativ zur Sonne* ist dann gerade die Winkeldifferenz $\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$.

Der Winkel $\Delta\beta$ in Abb. 6 wird also nicht absolut, sondern durch zwei Messungen *relativ zur Sonnenscheibe* gemessen. Er ist deshalb nicht, wie es zunächst scheint, gleich dem Parallaxenwinkel der Venus, sondern um den Parallaxenwinkel der Sonne kleiner! Das ist nach den Bemerkungen des Abschnittes 3 auch verständlich, da die Winkel nicht gegen den (unendlich fernen) Sternenhintergrund, sondern relativ zur Sonne gemessen werden, die selbst Parallaxe zeigt.

Diesen Zusammenhang kann man sich auch folgendermaßen veranschaulichen (s. Abb. 8): Legt man die von den beiden Beobachtern fotografierten Sonnenbilder übereinander, haben die beiden Venusscheibchen den Abstand $\Delta\beta$. Um aber die beiden Sonnenbilder richtig in denselben Sternhintergrund zu setzen, muss eins der Sonnenbilder um β_S verschoben werden. Der Abstand der Venusscheibchen ist dann β_V. Er ist um β_S größer als $\Delta\beta$.

Seien β_S bzw. β_V die Winkel, unter dem der Abstand der beiden Beobachter von der Sonne bzw. von der Venus aus erscheint, die aktuellen Parallaxenwinkel von Sonne und Venus also. Dann entnimmt man der Abbildung 7 die folgende Gleichung:

$$\beta_S + \beta_1 = \beta_V + \beta_2 \tag{3}$$

[5] Im allgemeinen Fall werden die beiden Beobachter, Venus und der Sonnenmittelpunkt nicht in derselben Ebene liegen. In Abb. 5 liegen deshalb die beiden Venusscheibchen nicht auf einem gemeisamen Durchmesser der Sonnenscheibe. In diesem Fall bilden die beiden Beobachter und Venus die Schnittebene der Abbildung 7. Die Argumentation wird davon nicht berührt: Die Winkeldifferenz $\Delta\beta$ bezieht sich dann auf einen Punkt der Sonne in dieser Ebene (siehe auch Abb. 8).

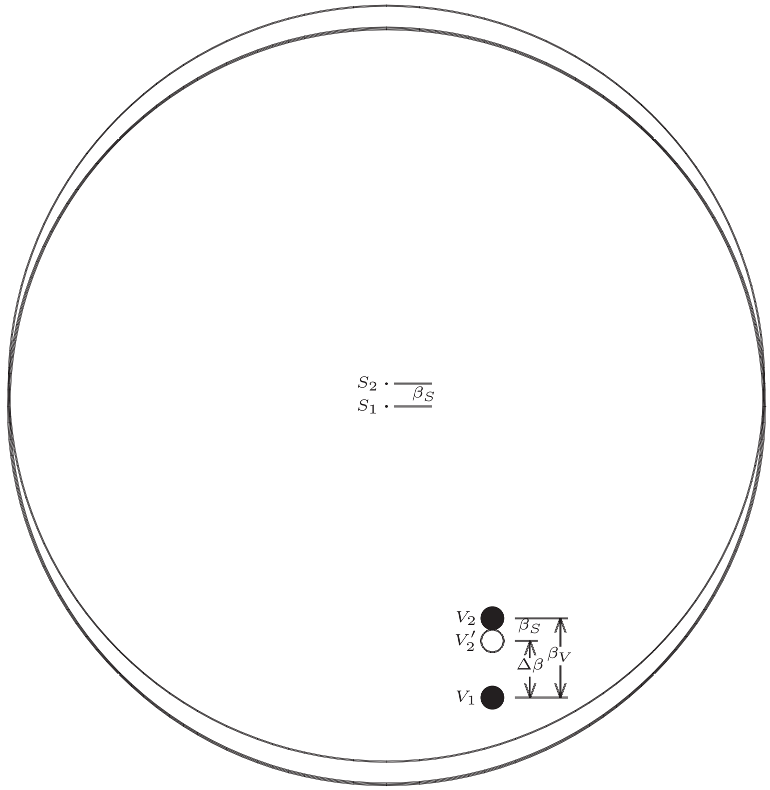

Abbildung 8: Die Fotos der beiden Beobachter vor einem (fiktiven) Sternenhintergrund: Die Sonnenbilder sind um den Parallaxenwinkel β_S der Sonne gegeneinander verschoben, die Venusbilder um β_V *in derselben Richtung*. Verschiebt man eins der Bilder so, dass die Sonnenbilder übereinander liegen, unterscheiden sich die Venuspositionen nur noch um $\Delta\beta = \beta_V - \beta_S$.

Beide Winkelsummen ergänzen nämlich – einmal im Dreieck Beobachter 1 - S - Sonnenmittelpunkt, andernfalls im Dreieck Beobachter 2 - S - Venus – die bei S eingezeichneten Scheitelwinkel zu 180°. Die Beziehung kann man auch folgendermaßen schreiben[6]:

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = \beta_V - \beta_S \tag{4}$$

6 Ableitung der Sonnenentfernung

Die Bestimmung der Sonnenentfernung beruht auf folgendem Gedankengang:

- Zur Berechnung benötigt man die Sonnenparallaxe π_S, d.h. den Winkel, unter dem der Erdradius von der Sonne aus gesehen erscheint.
- Ebenso gut geeignet ist der Winkel β_S, unter dem der Abstand zweier beliebiger Beobachter von der Sonne aus erscheint. Voraussetzung ist allerdings, dass man den Abstand der beiden Beobachter kennt.

[6] Dieselbe Beziehung kann man auch Abb. 6 entnehmen.

- Statt β_S lässt sich leichter der größere Winkel β_V messen, unter dem der Abstand der beiden Beobachter von der näheren Venus aus erscheint. Wenn man die Abstandsverhältnisse kennt (s. Kap. 8.1), kann man die beiden Winkel ineinander umrechnen.

- Den bei der Venus liegenden Winkel β_V kann man aus den beiden auf der Erde gemessenen Winkeln β_1 und β_2 berechnen.

6.1 Theorie

Da die interessierenden Entfernungen von Venus und Sonne im Vergleich zum Durchmesser der Erde sehr groß, die entsprechenden Parallaxen also sehr klein sind, verhalten sich die Parallaxenwinkel umgekehrt wie die Entfernungen d_V bzw. d_S der Venus bzw. der Sonne zur Erde (s. (2):

$$\frac{\beta_V}{\beta_S} = \frac{d_S}{d_V} \tag{5}$$

Bezeichnet man die Radien der Bahnen von Erde und Venus um die Sonne als r_E bzw. r_V, dann wird schließlich aus (4):

$$\begin{aligned} \Delta\beta &= \frac{r_E}{r_E - r_V}\beta_S - \beta_S = \frac{r_V}{r_E - r_V}\beta_S \\ \Longrightarrow \quad \beta_S &= \left(\frac{r_E}{r_V} - 1\right)\Delta\beta \end{aligned} \tag{6}$$

Tatsächlich misst man den Abstand $\Delta\beta$ nicht absolut, sondern als Bruchteil f des Winkelradius ρ_S der Sonne:

$$\Delta\beta = \frac{\Delta\beta}{\rho_S}\rho_S = f\rho_S \tag{7}$$

In dem in den Abbildungen 6 und 7 dargestellten Spezialfall ist der Abstand der beiden Beobachter doppelt so groß wie der Erdradius, der Parallaxenwinkel β_S also doppelt so groß wie die auf den Erdradius bezogene Sonnenparallaxe π_S. Im allgemeinen Fall muss man den Abstand Δ der beiden Beobachter als Vielfaches des Erdradius kennen, genauer: den Abstand $\Delta_\perp$, den die beiden Beobachter *senkrecht* zur Richtung Erde-Sonne haben (Abb. 9).

Damit ergibt sich zunächst

$$\beta_S = \pi_S \frac{\Delta_\perp}{R_E} = \pi_S \frac{\Delta}{R_E}\sin w \quad \Longrightarrow \quad \pi_S = \frac{R_E}{\Delta}\frac{1}{\sin w}\beta_S$$

und schließlich

$$\boldsymbol{\pi_S = \left[\frac{R_E}{\Delta}\frac{1}{\sin w}\left(\frac{r_E}{r_V} - 1\right)\rho_S\right] f.} \tag{8}$$

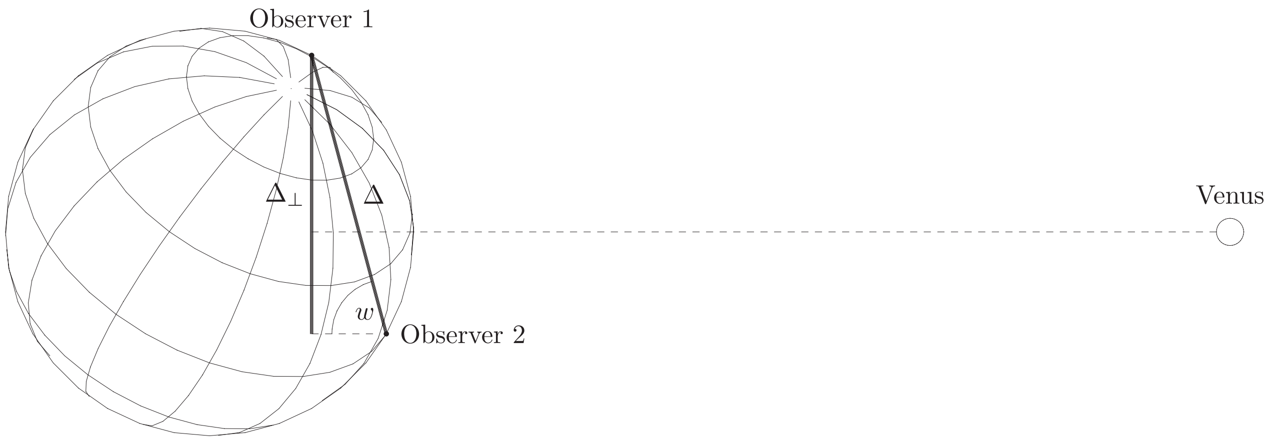

Abbildung 9: Für die Bestimmung der Sonnenparallaxe kommt es nicht auf den Abstand Δ der beiden Beobachter an, sondern auf dessen Projektion $\Delta_\perp$ parallel zur Richtung zur Venus.

Aus diesem Ergebnis für die Sonnenparallaxe π_S lässt sich der Abstand d_S zur Sonne, die so genannte Astronomische Einheit, folgendermaßen ableiten (vgl. (2)):

$$\mathbf{1}\boldsymbol{AE} = \boldsymbol{d_S} = \frac{\boldsymbol{R_E}}{\boldsymbol{\pi_S}} \tag{9}$$

6.2 Beispiel

Gegeben seien zwei „Fotos" des Venustransits vom 6. Juni 1761, um 7.00 UT simultan aufgenommen von Koblenz und von Windhoek aus ([25]).

1. Auf dem Bild misst man, dass der Abstand der beiden Venusscheibchen recht genau 2.6% ($f = 0.026$) des Radius des Sonnenbildes beträgt ($f = 0.026$). Da an dem Tag der Winkelradius der Sonne $\rho_S = 15'.75$ beträgt, erhält man für den Winkelabstand $\Delta\beta$ der beiden Venusscheibchen

$$\Delta\beta = f\rho_S = 24''.57$$

2. Am fraglichen Tag beträgt der Abstand der Erde von der Sonne $r_E = 1.015AE$, der Abstand der Venus von der Sonne $r_V = 0.711AE$ ($\frac{r_E}{r_V} - 1 = 0.428$).

   Der Abstand der beiden Städte beträgt also, von der Sonne aus betrachtet, nach Gleichung (6)

$$\beta_S = \left(\frac{r_E}{r_V} - 1\right)\Delta\beta = 10''.51.$$

3. Die geografischen Koordinaten der beiden Orte sind[7]:

[7] Nördliche Breiten und östlichen Längen werden hier positiv gezählt.

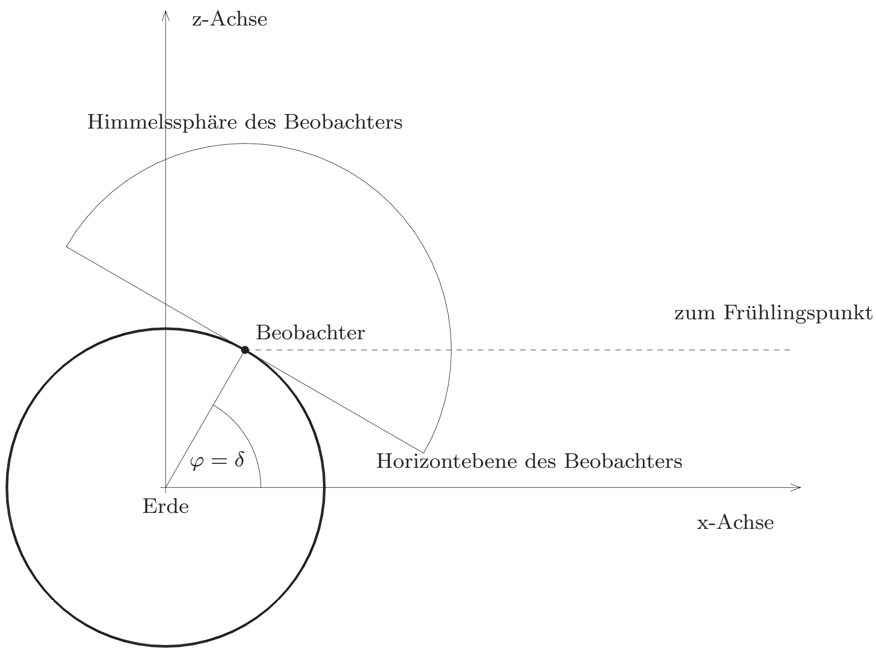

Abbildung 10: Zur Bestimmung der geozentrisch äquatorialen Koordinaten der Beobachtungsorte (aus [26]): Wenn die lokale Sternzeit 0h ist, der Frühlingspunkt also gerade kulminiert, ist die Rektaszension des Beobachtungsortes auch 0h.

Koblenz: $\varphi_K = 50.24°,\ \lambda_K = 7.36°$,

Windhoek: $\varphi_W = -22.34°,\ \lambda_W = 17.05°$.

Rechnet man diese Polarkoordinaten in rechtwinklige Koordinaten um und berechnet die Länge des Verbindungsvektors, ergibt sich:

$$\Delta = 1.19 R_E \quad \Longrightarrow \quad \frac{R_E}{\Delta} = 0.840$$

4. Stünde die Verbindungslinie Koblenz-Windhoek senkrecht auf der Linie Erde-Sonne, ergäbe sich nach (8) eine Sonnenparallaxe von

$$\pi_S \overset{w=90°}{=} \frac{R_E}{\Delta} \beta_S = 8''.83.$$

5. Um den Winkel w bestimmen zu können, braucht man die Koordinaten der Erde, der Sonne und der beiden Orte in *demselben* Koordinatensystem. Dazu bietet sich das geozentrische Äquatorialsystem an.

   Die Sonne hat am 6. Juni die Position

$$\alpha_S = 4h57min28s \mathrel{\hat{=}} 74.37°,\ \delta_S = 22°39'.6 = 22.66°.$$

   Die Deklination der beiden Beobachtungsorte stimmt mit ihrer geografischen Breite überein (s. Abb. 10). Ihre Rektaszension ist gleich ihrer Sternzeit (s. [26]). Sie kann folgendermaßen berechnet werden:

(a) Am 6.6.1761 betrug um 0.00h UT die Sternzeit in Greenwich[8]

$$\Theta_{0_{Gr}} = 16h58min24s.$$

(b) Um 7.00 UT betrug sie dort also[9]

$$\Theta_{Gr} = \Theta_{0_{Gr}} + 7.00 * 1.0027379 = 23h59min33s.$$

(c) Die Sternzeit an einem beliebigen Ort der geografischen Länge λ beträgt zu derselben Zeit also

$$\Theta = \Theta_{Gr} + \frac{4min}{1^\circ}\lambda.$$

Für die Ortssternzeit von Koblenz und Windhoek ergibt sich damitS:

$$\Theta_K = 0h28min59s,\ \Theta_W = 1h07min45s$$

(d) Die äquatorialen Koordinaten der Beobachtungsorte betragen also
Koblenz: $\alpha_K = 7.246^\circ,\ \delta_K = 50.24^\circ$,
Windhoek: $\alpha_W = 16.938^\circ, \delta_W = -22.34^\circ$.

(e) Rechnet man wieder die Positionen in rechtwinklige Koordinaten um und berechnet den Verbindungsvektor Koblenz-Windhoek, dann erhält man den gesuchten Winkel w, indem man das Skalarprodukt des entsprechenden Einheitsvektors $\vec{e}_{KW}$ mit dem (Einheits-) Richtungsvektor $\vec{e}_S$ zur Sonne bildet. Auf diese Weise erhält man

$$\vec{e}_S \cdot \vec{e}_{KW} = \cos w = -0.179 \quad \Longrightarrow \quad w = 100.28^\circ \quad \Longrightarrow \quad \sin w = 0.984.$$

Der projizierte Abstand der beiden Städte beträgt also $\Delta_\perp = 1.175 R_E$.

(f) Daraus folgt schließlich das Endergebnis:

$$\boldsymbol{\pi_S = 8''.97}$$

7 Messungen

Gleichungen (8) und (9) fassen zusammen, wie aus der Beobachtung und Messung des Venusdurchganges auf die Entfernung zur Sonne geschlossen werden kann. Sie zeigen, was gemessen und was berechnet werden muss, um die Sonnenparallaxe bestimmen zu können.

[8] Sie kann mit verschiedenen einfachen Verfahren bestimmt werden, z.B. aus dem zeitlichen Abstand zum Frühlingsanfang, an dem UT und Sternzeit in Greenwich gerade um 12 Stunden differieren. Mit hinreichender Genauigkeit stimmt die Sternzeit jedes Jahr zu derselben Uhrzeit am selben Ort überein. Sie kann also auch einem aktuellen astronomischen Kalender entnommen werden.

[9] Der Faktor 1.0027379 beruht auf dem Umstand, dass sich die Erde in 24 Stunden mehr als einmal dreht, die Sternzeit um mehr als 24 Stunden zunimmt.

- Die eigentliche Messgröße ist der **Winkelabstand $\boldsymbol{\Delta\beta}$** der Venusscheibchen, deren Position von verschiedenen Orten der Erde aus gleichzeitig relativ zur Sonnenscheibe gemessen wird. Historisch wurde der Winkel aus den unterschiedlichen Durchgangszeiten der Venus berechnet, aus denen (bei bekannter Winkelgeschwindigkeit) die Längen der Sehnen berechnet werden konnten. Da die genügend genaue Bestimmung der Kontaktzeiten wahrscheinlich auch mit modernen Methoden schwierig sein wird, insbesondere aber weil die Auswertung sehr anspruchsvoll ist, konzentriert sich dieses Projekt auf die gleichzeitige Aufnahme der Venus vor der Sonne von sehr weit voneinander entfernten Orten (z.B. aus Europa, Indien und Südafrika) aus. Wenn das Ausmessen der entsprechenden Positionen genügend genau gelingt, ist die Auswertung mit elementarer Mathematik möglich. Für die Positionsmessungen muss allerdings die Orientierung der Fotos sehr genau bestimmt werden!

  Der Winkelabstand ergibt sich zunächst als **Bruchteil $\boldsymbol{f}$** der Größe der Sonnenscheibe.

- Um $\boldsymbol{f}$ in einen absoluten Winkel umrechnen zu können, braucht man den **Winkelradius $\boldsymbol{\rho_S}$** der Sonne.

- Um den Parallaxenwinkel auf den Erdradius umrechnen zu können, braucht man den **linearen Abstand $\boldsymbol{\Delta}$** der beiden Beobachter als **Vielfaches $\boldsymbol{\frac{\Delta}{R_E}}$** des Erdradius. Dazu benötigt man die **geografischen Koordinaten $\boldsymbol{(\varphi_i, \lambda_i)}$** der beiden Beobachter.

- Bei dem Abstand der Beobachter kommt es nur auf die Projektion parallel zur Richtung Erde - Sonne an. Man muss also den **Projektionswinkel $\boldsymbol{w}$** bestimmen. Dazu muss man

  - die **äquatorialen Koordinaten $\boldsymbol{(\alpha_S, \delta_S)}$** der Sonne und
  - die **lokalen Sternzeiten $\boldsymbol{\theta_i}$** an den Beobachtungsorten

  zum Zeitpunkt des Transits kennen.

- Der **Bahnradius $\boldsymbol{r_V}$ der Venus** muss als **Bruchteil $\boldsymbol{\frac{r_V}{r_E}}$** des Erdbahnradius bekannt sein, damit aus dem Parallaxenwinkel β_V der Venus auf den Parallaxenwinkel β_S der Sonne geschlossen werden kann.

- Schließlich muss man den **Erdradius $\boldsymbol{R_E}$** kennen, um aus der Sonnenparallaxe gemäß (9) die Entfernung der Sonne ableiten zu können.

8 Das Internetprojekt „Venus 2004“

Im Jahr 2001 wurde von U. Uffrecht ([19], [20]) zu einem internationalen Projekt aufgerufen, das zunächst von Koblenz aus ins Leben gerufen wurde,inzwischen aber von Essen aus koordiniert wird ([2]). Ziel dieses Projektes ist es, Schulklassen bzw. schulische Arbeitsgemeinschaften, Gruppen von Amateurastronomen und Sternwarten mit dem Ziel zusammenzuführen, den Venusdurchgang 2004 gemeinsam zu beobachten und zu fotografieren und aus den Beobachtungsdaten die Entfernung zur Sonne mit verschiedenen Verfahren abzuleiten. Das Material soll anschließend so aufbereitet werden, dass es Auswertungen mit unterschiedlichem Anspruch an Genauigkeit und Komplexität zulässt.

> *Die Vorbereitungszeit wird als umfangreiches astronomisches Ausbildungsprojekt dazu genutzt, im Rahmen der sich entwickelnden internationalen Kooperation alle in die Gleichungen (8) und (9)*
>
> $$\begin{aligned} \boldsymbol{\pi_S} &= \left[\frac{\boldsymbol{R_E}}{\boldsymbol{\Delta}} \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{\sin} \boldsymbol{w}} \left(\frac{\boldsymbol{r_E}}{\boldsymbol{r_V}} - \mathbf{1} \right) \boldsymbol{\rho_S} \right] \boldsymbol{f} \\ \mathbf{1}\boldsymbol{AE} &= \boldsymbol{d_S} = \frac{\boldsymbol{R_E}}{\boldsymbol{\pi_S}} \end{aligned}$$
>
> *explizit oder implizit eingehenden Größen selbst zu bestimmen!*

Um dieses Ziel zu erreichen, wurden die folgenden Teilprojekte ins Leben gerufen:

1. Measuring the radius of Venus' orbit (Kapitel 8.1, S. 17)
2. Determing of the own geographical coordinates and the projected distance of different observers (Kapitel 8.2, S. 24)
3. Determing the radius of the Earth (Kapitel 8.3, S. 24)
4. Measuring the angular radius of the Sun (Kapitel 8.4, S. 24)
5. Exercises in photographing the Sun and exact position measurements on the Sun's disc (Sunspots) (Kapitel 8.6, S. 25)
6. The Transit of Mercury on May 7th, 2003 (Kapitel 8.7, S. 27)

8.1 Der Bahnradius der Venus

Um aus dem selbst gemessenen Wert der Venusparallaxe gemäß Gleichung 8 einen eigenen Wert für die Astronomische Einheit ableiten zu können, braucht man, neben anderen Größen, den Radius der Venusbahn bzw., um genauer zu sein, das Verhältnis $\frac{r_V}{r_E}$ der Bahnradien von Venus und Erde. Es gibt mehrere Möglichkeiten, diesen Wert zu bestimmen.

1. Messung der maximalen Winkeldistanz zwischen Sonne und Venus mit sehr einfachen Mitteln, oder mit einem Sextanten, wenn beide zur selben Zeit über dem Horizont sind.
2. Andere Methoden zur Messung der maximalen Elongation von Venus, z.B.
   (a) Beobachtung von Venus am Nachthimmel, Einprägen ihrer Position relativ zu benachbarten Sternen und Bestimmung ihrer äquatorialen Koordinaten durch Einzeichnen in eine Sternkarte und

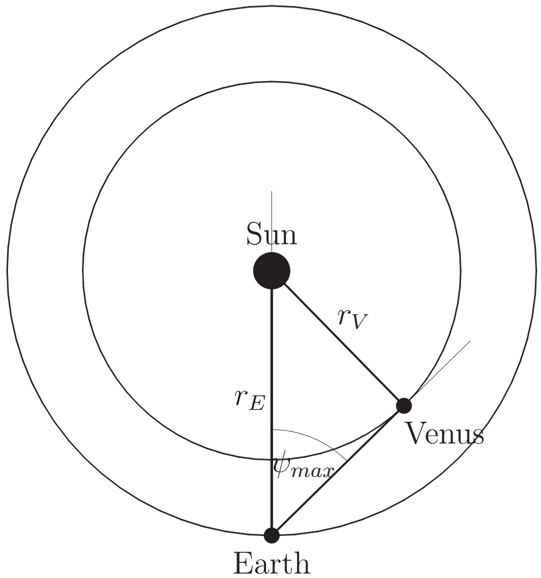

Abbildung 11: Maximale Elongation von Venus und der Radius ihrer Bahn um die Sonne

(b) Messung der genauen horizontalen Position der Sonne und Transformation ihrer Horizontkoordinaten in äquatoriale Koordinaten (s. Kap. 8.5).

(Für diese Methode müssen die geografische Position bekannt sein und die lokale Sternzeit bestimmt werden können.)

3. Beobachtung von Venus während ihrer Rückläufigkeit, dabei mindestens zweimalige Messung ihrer äquatorialen Koordinaten.

Bei allen diesen Methoden werden die folgenden Vereinfachungen gemacht:

- ***Alle Planeten bewegen sich in derselben Ebene wie die Erde.***
- ***Alle Planetenbahnen sind Kreise mit der Sonne als Mittelpunkt.***
- ***Alle Planeten bewegen sich mit konstanter Geschwindigkeit.***

8.1.1 Der größte Winkelabstand von der Sonne

Wenn der Winkelabstand zwischen Venus und Sonne, von der Erde aus beobachtet, maximal ist, dann ist das Dreieck Sonne - Venus - Erde rechtwinklig.

Deshalb kann der Radius der Venusbahn, gemessen in Astronomischen Einheiten, einfach bestimmt werden, indem der maximale Winkelabstand zwischen Venus und Sonne gemessen wird:

$$\sin\psi_{max} = \frac{r_V}{r_E} \quad \Longrightarrow \quad r_V = \sin\psi_{max} AE \tag{10}$$

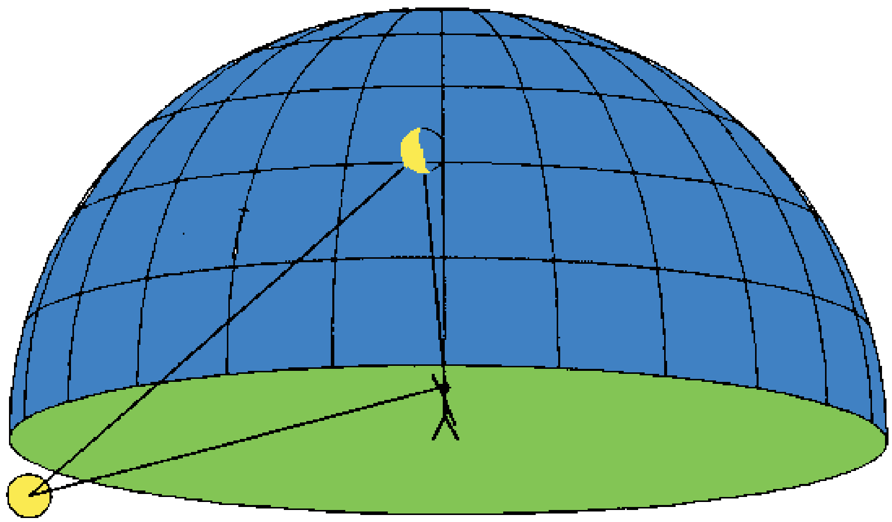

Abbildung 12: Zur Messung der maximalen Elongation von Venus

Die einfachste Methode, den Winkelabstand zwischen Venus und Sonne zu messen und sein Maximum zu bestimmen, besteht darin, beide zu beobachten, wenn sie sich gleichzeitig über dem Horizont befinden. Man findet Venus kurz vor Sonnenuntergang, wenn man sich ihre Position am Abend vorher nach Sonnenuntergang eingeprägt hat.

Vorschläge zur groben Messung des Winkelabstandes[10]:

- Fixierung der Visierlinien mit Stecknadeln auf einem Stück Pappe.
- Anpeilung von Venus und Sonne über die Schenkel eines Zirkels.

Es gibt weitere einfache Möglichkeiten.

Genauere Werte erhält man mit einem Sextanten, einem Gerät, das gerade für solche Messungen konstruiert worden ist.

8.1.2 Die Rückläufigkeit

Achtung: Diese Methode kann nur in einem kurzen Zeitintervall um den Tag des Transits angewendet werden, nämlich in der Zeit zwischen 23. Mai und 28. Juni!

In der Zeit um ihre untere Konjunktion bewegt sich Venus rückläufig (fig. 14), d.h. entgegengesetzt zu ihrer normalen Bewegungsrichtung, von Ost nach West. Dieser Effekt kommt dadurch zustande, dass Venus die Erde in dieser Zeit überholt. Abb. 15 gibt sowohl eine qualitative, als auch eine quantitative Erklärung.

Im Dreieck Sonne - E_1 - P_1, gilt die folgende Gleichung:

$$\frac{r_P}{r_E} = \frac{\sin \mu}{\sin(\eta + \beta)}$$

[10]Einen Eindruck der Messungen vermittelt die Seite mit unseren ersten Messergebnissen `http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/Venusproject/orbitresults.htm`.

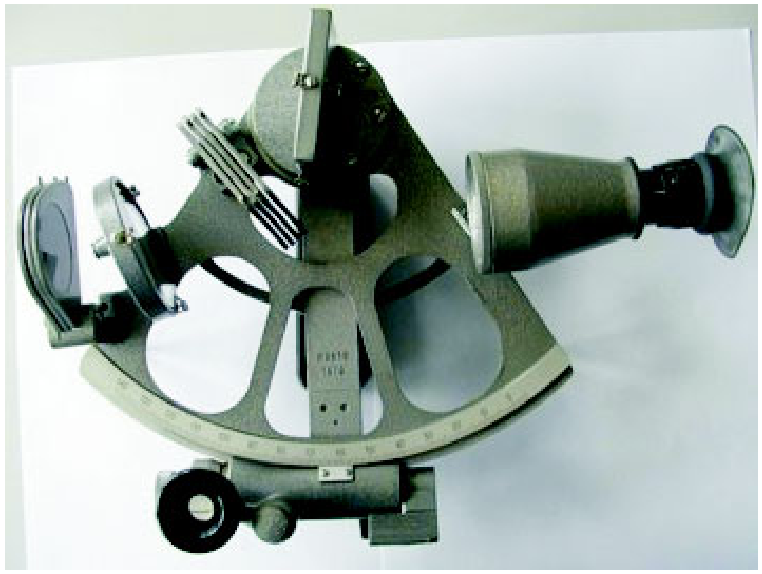

Abbildung 13: Ein Sextant ist ein Gerät für genaue Winkelmessungen am Himmel.

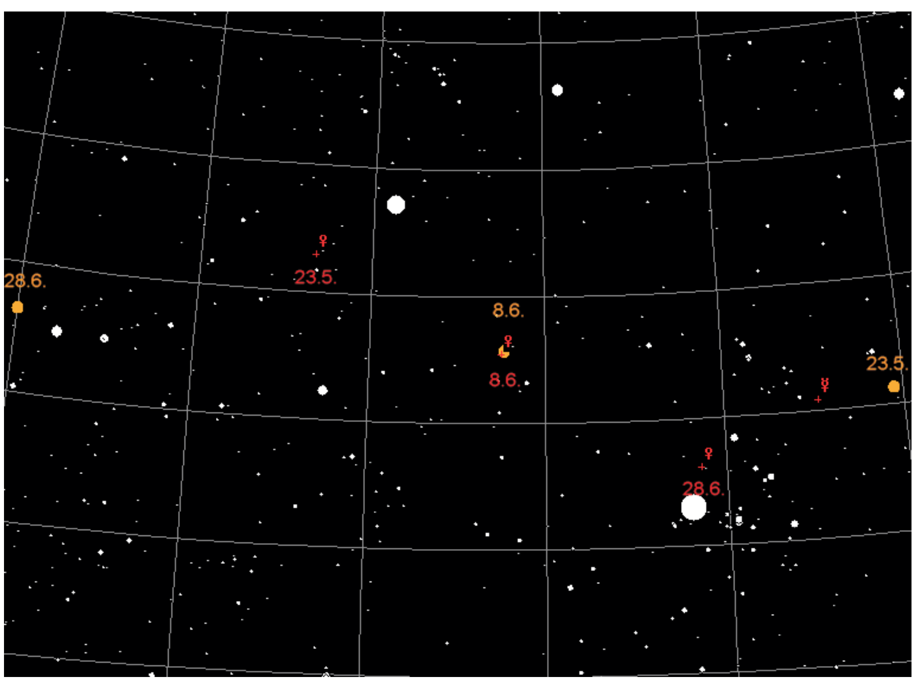

Abbildung 14: Die Positionen von Venus zu Beginn und am Ende ihrer Rückläufigkeit

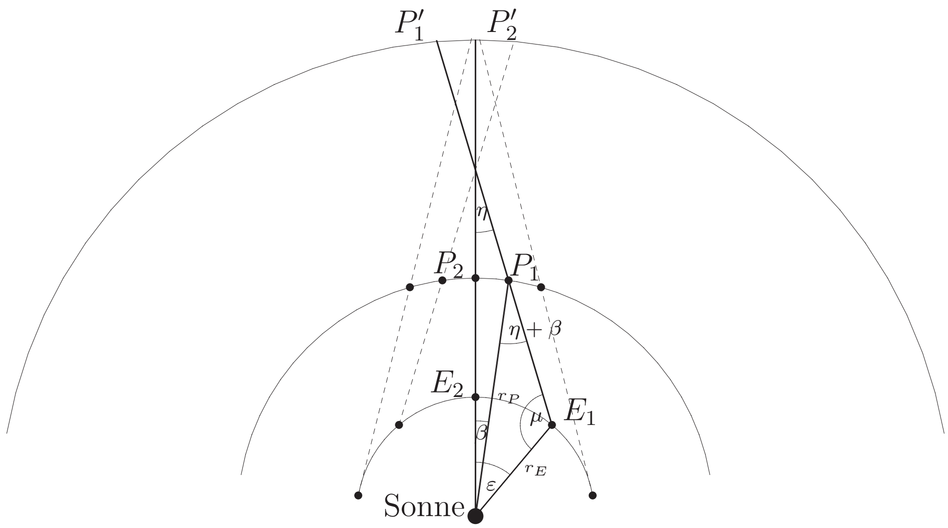

Abbildung 15: Erklärung der Rückläufigkeit eines äußeren Planeten. Im Falle von Venus, einem inneren Planeten, müssen die Buchstaben P und E vertauscht werden. Die Argumentation bleibt davon unberührt.

Die folgende Gleichung ergibt sich bei Betrachtung des Dreieckes Sonne - E_1 - S:

$$\mu = \pi - (\epsilon + \eta) \quad \Longrightarrow \quad \sin\mu = \sin(\epsilon + \eta)$$

Kombination der beiden Gleichungen führt zu dem folgenden Ergebnis:

$$\frac{r_V}{r_E} = \frac{\sin(\epsilon + \eta)}{\sin(\beta + \eta)} \quad \Longrightarrow \quad r_V = \frac{\sin(\epsilon + \eta)}{\sin(\beta + \eta)} AE$$

Es ist zu hoffen, dass die Position von Venus bei ihrer unteren Konjunktion – während des Transits! – beobachtet werden kann. Dabei können dann ihre Rektaszension und Deklination gemessen werden (s. Kap. 8.5). Ist die Position von Venus an einem weiteren Tag während der Rückläufigkeit gemessen worden, kann die Winkeldistanz zwischen diesen beiden Positionen nach folgender Formel berechnet werden (s. Abb. 16):

$$\cos\eta = \sin\delta_{V_1}\sin\delta_{V_2} + \cos\delta_{V_1}\cos\delta_{V_2}\cos(\alpha_{V_1} - \alpha_{V_2})$$

Die Zentralwinkel bei der Sonne können mit Hilfe der mittleren täglichen Bewegung der Planeten berechnet werden, die sich aus ihren siderischen Umlaufzeiten ergeben:

$$\beta = \mu_E \Delta t = \frac{2\pi}{365.256d}\Delta t, \;\; \epsilon = \mu_V \Delta t = \frac{2\pi}{224.70d}\Delta t$$

Beispiel:

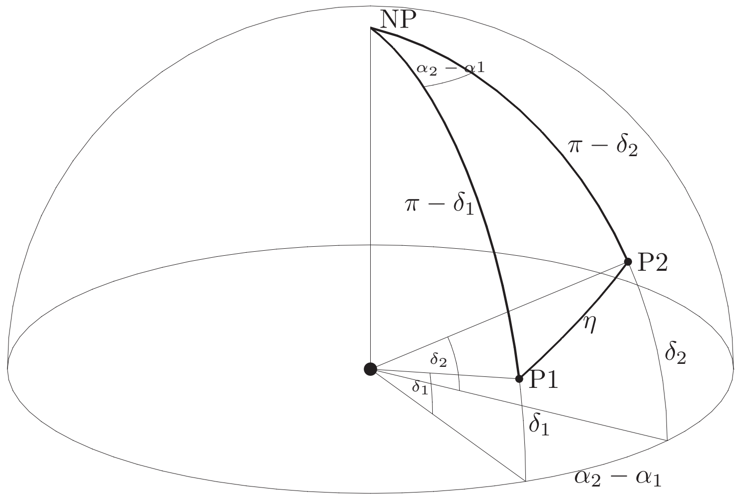

Abbildung 16: Zur Ableitung der Winkeldistanz zwischen zwei Objekten am Himmel aus ihren äquatorialen Koordinaten

1. Während des Transits, am 8. Juni, hat Venus die folgende Position:

$$\alpha_{V_1} = 5h07m,\ \delta_{V_1} = 22.88°$$

2. Am 28. Juni ist ihre Position:

$$\alpha_{V_2} = 4h34m,\ \delta_{V_2} = 18.05°$$

3. Während dieser 20 Tage hat sich Venus also um

$$\eta = 9.05°$$

   bewegt.

4. Während dieser Zeit haben Erde und Venus die folgenden Zentralwinkel überstrichen:

$$\beta = 19.71°,\ \epsilon = 32.04°.$$

5. Aus diesen Ergebnissen folgt für den Radius der Venusbahn:

$$r_V = 0.73AE$$

8.1.3 Verallgemeinerung

Wenn man die Position von Venus mindestens zwimal während ihrer Rückläufigkeit bestimmt, ist diese Methode auch anwendbar, wenn Venus während des Transits nicht beobachtet werden kann. In diesem Falle muss die folgende Beziehung gelten:

$$\frac{\sin(\epsilon_1+\eta_1)}{\sin(\beta_1+\eta_1)} = \frac{\sin(\epsilon_2+\eta_2)}{\sin(\beta_2+\eta_2)} = \frac{\sin(\epsilon_2+\eta_1+\eta)}{\sin(\beta_2+\eta_1+\eta)}$$

In dieser Gleichung sind die einzelnen Winkel η_1 und η_2 unbekannt. Nur der Winkel $\eta = \eta_2 - \eta_1$ ist gemessen worden. Die Zentralwinkel werden wieder relativ zum Zeitpunkt der unteren Konjunktion bestimmt.

Also muss die folgende Funktion f eine Nullstelle an der Stelle η_1 haben:

$$f(\eta_1) = \sin(\epsilon_1+\eta_1)\sin(\beta_2+\eta_1-\eta) - \sin(\epsilon_2+\eta_1-\eta)\sin(\beta_1+\eta_1) = 0$$

Dies ist ein bekanntes numerisches Problem. Es kann gelöst werden durch Versuch und Irrtum oder systematisch mit einer grafischen oder numerischen Methode. Ein kleines Programm[11] kann diese Arbeit übernehmen.

Beispiel

1. Die Position von Venus sei nicht am 8. Juni, aber am 23. Mai gemessen worden:

$$\alpha_{V_1} = 5h40m,\ \delta_{V_1} = 26.43°$$

2. Dann ergibt sich numerisch für die Nullstelle der obigen Funktion:

$$\eta_1 = 8.99°$$

3. Aus diesem Ergebnis folgt derselbe Bahnradius wie in dem obigen Beispiel.

8.1.4 Die äquatorialen Koordinaten der Venus

Die einfachste Methode, die Position (α, δ) von Venus am Himmel zu messen besteht darin, kurz vor Sonnenaufgang oder -untergang ihre Position relativ zu benachbarten Sternen zu bestimmen und sie in eine Sternkarte einzutragen (s. Abb. 17), aus der dann die Koordinaten abgelesen werden können.

Häufig steht Venus jedoch so nahe bei der Sonne, dass der Himmel für diese Beobachtung nicht dunkel genug ist. In diesem Fall muss man die Position von Venus relativ zum lokalen Horizont messen, also ihren Azimut A, z.B. mit einem Kompass, ihre Höhe h über dem Horizont und die genaue Uhrzeit. Aus diesen Werten können die äquatorialen Koordinaten mit Hilfe des folgenden Algorithmus berechnet werden:

[11] http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/Venusproject/RadiusofOrbits.exe

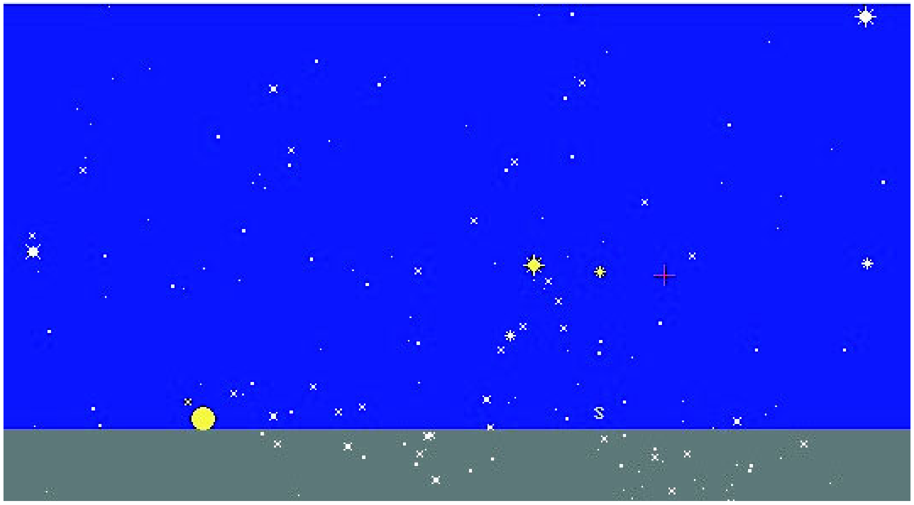

Abbildung 17: Position of Venus and Mars on January 11th, 2003

$$\left.\begin{array}{r} a = \cos\tau\cos\delta = \cos A\cos h\cos\varphi + \sin h\cos\varphi \\ b = \sin\tau\cos\delta = \sin A\cos h \\ c = \sin\delta = -\cos A\cos h\cos\varphi + \sin h\sin\varphi \end{array}\right\} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow \quad \left\{ \tan\frac{\tau}{2} = \frac{1-\cos\tau}{\sin\tau = \frac{\cos\delta - a}{b}} \right. \quad \Longrightarrow \quad \begin{array}{l} \delta = \arcsin c \\ \tau = 2\arctan\frac{\cos\delta - a}{b} \end{array}$$

Die Rektaszension α kann aus dem Stundenwinkel τ berechnet werden, wenn die lokale Sternzeit (s. Kap. 8.2.3) bekannt ist:

$$\alpha = \theta - \tau$$

8.2 Geografische Koordinaten und die Projektion in Richtung zur Venus

8.2.1 Geografische Breite und Länge

8.2.2 Projizierter Abstand

8.2.3 Ortssternzeit

- lokale Sternzeit Θ
- äquatoriale Koordinaten der Sonne

8.3 Der Erdradius

8.4 Der Winkelradius der Sonne

Durch Ausmessen von Fotos, die das Merkur- oder Venusscheibchen auf der Scheibe der Sonne zeigen, erhält man die Positionen von Merkur oder Venus relativ zur Sonne. Insbesondere erhält man bei dem Vergleich zweier von verschiedenen Orten der Erde gleichzeitig aufgenommener Fotos die parallaktische Verschiebung $\Delta\beta$ als Bruchteil f des Winkelradius ρ_S der Sonne:

$$\Delta\beta = f\rho_S \tag{11}$$

Natürlich ist der ungefähre Wert der Winkelgröße der Sonne bekannt ($\rho_S \approx 15'$) und man kann den genauen Wert für jeden Tag, z.B. in einem Himmelsjahrbuch oder mit einem Computerprogramm, herausfinden. Aber:

> *Im Rahmen dieses Projektes soll die Winkelgröße der Sonne aus eigenen Messungen gewonnen werden!*

Es gibt mindestens zwei einfache Möglichkeiten zu einfachen Messungen.

8.4.1 Die Größe von „Sonnentalern"

Wenn man mit offenen Augen durch die Natur geht, bemerkt man bei Sonnenschein auffällige runde oder elliptische Lichtflecken – z.B. auf dem Waldboden unter dem Laubdach hoher Bäume oder in einem Zimmer bei halb heruntergelassenen Jalousien an der Wand (Abb. 18).

Diese Lichtflecken sind so genannte „Sonnentaler" – durch kleine Löcher in einem sonst undurchsichtigen Hindernis hervorgerufene Lochkamerabilder der Sonne[12]. Zwischen dem Radius r der kreisförmigen Flecken, bzw. der kleinen Halbachse der Ellipsen, dem Abstand d zwischen Loch und Projektionsfläche und dem Winkelradius der Sonne gilt also der folgende Zusammenhang:

$$\tan\rho_S = \frac{r}{d} \qquad \text{oder} \qquad \rho_S \approx \frac{r}{d} \tag{12}$$

8.4.2 Die tägliche Bewegung der Sonne

8.5 Die äquatorialen Koordinaten der Sonne

8.6 Positionsmessungen auf der Sonne

8.6.1 Die Orientierung des Sonnenbildes

- Die Richtung zum Zenit
- Die Nordrichtung

[12]Bei partieller Sonnenfinsternis sind diese Sonnentaler sichelförmig: Am 31. Mai gibt es Gelegenheit, diese seltene Erscheinung zu fotografieren!

Abbildung 18: „Sonnentaler“ auf dem Waldboden (links) und die sie hervorrufenden durch Löcher im Blätterdach fallenden Sonnenstrahlen (rechts)

8.7 Der Merkurtransit 2003

8.7.1 Abstand simultan fotografierter Venusscheibchen

- in Horizontkoordinaten
- in äquatorialen Koordinaten
- Koordinatentransformation
- Ausgleichsgerade und Statistik

8.7.2 Länge der Transitsehnen

9 Berechnungen

Literatur

[1] Ball, R., *A Treatise on Spherical Astronomy*, Cambridge University Press: Cambridge 1908

[2] Homepage des Venusprojektes: `http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject.htm`

[3] Astronomy Online: *Measuring the Distance to the Sun*, `http://www.eso.org/outreach/spec-prog/aol/market/collaboration/solpar/`

[4] Astronomy Online: *Measuring the Distance to the Sun – Final Report*, tt http://didaktik.physik.uni-essen.de/∼backhaus/aol/finalrep.htm

[5] U. Backhaus: *Die Entfernung der Sonne*, Astronomie und Raumfahrt 35/1, 30 (1998)

[6] Backhaus, U., *Computerprogram „Finsternis"*, kann gegen Einsendung einer formatierten Diskette und eines frankierten DinA5-Rückumschlages bezogen werden.

[7] Gottwald, M., *Venusdurchgänge und die Astronomische Einheit*, Staatsexamensarbeit, Koblenz 1996.

[8] Guckelsberger, K., *Der vermessene Himmel*, Physik in unserer Zeit 32/3, 128 (2001)

[9] A. v. Helden: *Measuring the Universe*, The University of Chicago Press, Chicago 1995

[10] D. B. Herrmann: *Kosmische Weiten*, Barth: Leipzig 1977, p. 46ff

[11] M. Hunter: *Transit of Venus*, Blizzard Publishing Ltd. 1992

[12] A. Lothian:*The Transit of Venus*, Granta Books 2002

[13] Newcomb, S., *Discussion of Observations of the Transits of Venus in 1761 and 1769*, in: Selected Papers Vol. II, Bureau of Equipment, Navy Department: Washington 1891

[14] E. Maor: *June 8, 2004 – Venus in Transit*, Princeton University Press: Princeton 2000

[15] Peter, B., *Untersuchung des Vorüberganges der Venus vor der Sonnenscheibe im Jahre 1882*, in: Verhandlungen der Leopoldinisch-Carolinisch Deutschen Akademie der Naturforscher, Band 39: Dresden 1877

[16] D. Sellers, *The Transit of Venus*, Magavelda Press: 2001

[17] D. Sobel, *Längengrad*, Berlin Verlag: Berlin 1996.

[18] Stapelberg, J., *Planetenvorübergänge – Ein Beispiel für die Messung der Astronomischen Einheit*, Staatsexamensarbeit, Osnabrück 1995.

[19] U. Uffrecht, *Aufruf zu einem weltumspannenden Unterrichtsprojekt*, Astronomie und Raumfahrt 38/2, 18 (2001)

[20] U. Uffrecht, *Die Messung der Astronomischen Einheit*, Sterne und Weltraum 8, 656 (2001)

[21] S. Webb: *Measuring the Universe*, Springer: London etc. 1999, p. 44ff

[22]

[23] Wolf, R.: *Handbuch der Astronomie ihrer Geschichte und Litteratur*, Zürich 1890-1891, nachgedruckt bei Olms: Hildesheim 1973.

[24] Woolf, H.: *The Transits of Venus – A Study of Eighteenth-Century Science*, Princeton University Press: Princeton 1959.

[25] The Transit of Venus June 8th, 2004: Problems for Preparation, `http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject/Problems.htm`

[26] Measuring the Distance to the Sun: Mathematical Details, `http://www.eso.org/outreach/spec-prog/aol/market/collaboration/solpar/solpar-det.html`

Internetadressen

- `http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/VenusProject.htm`
- `http://www.stadtgymfw.de/venus/`
- `http://www.venus-transit.de/`
- `http://www.chocky.demon.co.uk/oas/venus.html`
- `http://www.eso.org/outreach/eduoff/vt-2004/`
- `http://astronomische-reisen.de/venustransit.htm`